

Accuracy and Automatic Computation of Seismic Refraction: a case of Forward Modeling and Inversion

Hidden¹, Kirbani, S.B.², Wiwit, S.², Hadmoko, D.S.³, and Ari Setiawan²

Contact : hidempamula@gmail.com

¹) Hidden, is with Mataram University, Indonesia. He is now with the Department of Physics, (e-mail: hidempamula@gmail.com Or hidempamula@gmail.com mobile number +6281339579193).

²) Kirbani, S.B., is with the Physics, Department, University of Gadjah Madah, Indonesia, kirbani@yahoo.com

²) Wiwit, S., is with the Physics, Department, University of Gadjah Madah, Indonesia, wiwit@gadjahmada.edu

³) Hadmoko, D.S., is with the Geography and Environmental Sciences, Department, University of Gadjah Madah, Indonesia, hadmoko@yahoo.com

²) Ari Setiawan is with the Physics, Department, University of Gadjah Madah, Indonesia, ari_setiawan@ugm.ac.id

Abstract

It has been built a data processing program to perform the first arrival waktu tempuh inversion of seismic refraction profiles zero distance. Analysis of the first wave arrival time is obtained by 1) using two-way analysis of time-taking to control the accuracy of the passage and identify the mistakes geometry., 2) parameterization slowness and intercept-time of travel-time, in which the velocity model and multi-layer thickness obtained by inversion LSQ method (unconstrained, constrained and Marquardt) on seismic refraction. For automatic calculation and accurate, we make a data processing program for the third inversion LSQ method. Analysis of the model resolution and measurement data to determine the optimal parameters of the model, the algorithm used Menke (1989). Resolution inversion results, we tested with: forward modeling, the level of misfit (error) and the convergence between the observed data and the model. Once the program is successfully tested on a number of data, then we apply to the real seismic. The results of field data inversion interpreted that the subsurface strata bedding row from the top (first layer) in the form of: soil, sand (loose), sand (saturated, loose) and sandstone, limestone. Resolution velocity and thickness in the forward modeling program: a) the error between: 10^{-17} - 10^{-5} and b) the residue of convergence is: 10^{-11} - 10^{-4} , while the resolution of the results of the third inversion LSQ method on the field data, obtained misfit between: 10^{-17} - 10^{-4} and residual convergence between measurement data and the model are: 10^{-11} - 10^{-4} .

Akurasi dan Komputasi otomatis Seismik Refraksi: kasus pemodelan maju dan inversi

Telah dibangun program pengolahan data berbasis matlab untuk melakukan inversi kedatangan pertama waktu tempuh dari jarak nol profil seismik refraksi. Analisis data waktu tiba pertama gelombang diperoleh dengan 1) menggunakan analisis dua arah dari waktu-tempuh untuk mengontrol akurasi petikan dan mengidentifikasi kesalahan geometri, 2) parameterisasi *slowness* dan *intercept-time* dari waktu perjalanan, di mana model kecepatan dan ketebalan multi-layer diperoleh dengan inversi langsung, menggunakan metode inversi LSQ: unconstrained, constrained dan Marquardt data seismik refraksi. Untuk perhitungan otomatis dan akurat, kami membuat program pengolahan data berbasis matlab untuk ketiga metode inversi LSQ. Analisis resolusi model dan data pengukuran untuk menentukan parameter optimal model dengan algoritma yang telah digunakan Menke (1989). Resolusi hasil inversi kami uji dengan pemodelan maju, tingkat misfit dan konvergensi antara data pengamatan dan model. Setelah program ini berhasil diuji pada sejumlah data, kemudian kami terapkan pada data real seismik. Hasil inversi data lapangan diinterpretasi bahwa strata perlapisan bawah permukaan berturut-turut dari atas (lapisan pertama) berupa: tanah, pasir (lepas), pasir (tersaturasi, lepas) dan batu pasir, batu gamping. Resolusi kecepatan dan ketebalan pada program pemodelan maju: a) eror antara: 10^{-17} - 10^{-5} dan b) residu konvergensinya adalah: 10^{-11} - 10^{-4} , sementara resolusi hasil inversi ketiga metode LSQ pada data lapangan, diperoleh misfit antara: 10^{-17} - 10^{-4} dan residu konvergensi antara data pengukuran dan model adalah: 10^{-11} - 10^{-4} .

Keywords —seismic refraction, forward modeling, LSQ inversion, parameter models, resolution.

1. Pendahuluan

Metode seismik refraksi adalah alat tradisional untuk investigasi struktur dekat permukaan. Aplikasi metode seismik refraksi sangat luas dalam investigasi geologi dekat permukaan, seperti untuk tujuan penyelidikan hidrogeologi, lingkungan, teknik geofisika dan geoteknik serta menghitung koreksi statik dalam survei seismik refleksi (Abdulwahab A. Abokhodair, 2009, Arie Naskawan, dkk., 2002, Bodo Lehman, 2007, White, D.J., 1989, Atul Jhajhria, et.al, 2009 & Maryam Noori, et.al. 2012). Analisis metode konvensional seismik refraksi yang menyederhanakan asumsi struktur kecepatan sehingga sering tidak sesuai dengan atribut pengamatan dekat permukaan, seperti heterogenitas, diskontinuitas lateral, dan gradien kecepatan. Selanjutnya dalam pengolahan data sering kali diperoleh solusi yang berbeda-beda (*non-unik*).

Metode interpretasi tradisional ini memberikan kesalahan hasil seperti struktur, dimana kedua kecepatan dan ketebalan lateral bervariasi kontinu, terutama dekat permukaan. Selain itu waktu komputasi dan peningkatan ketidaktentuan numerik.

Metode numerik untuk interpretasi data pengukuran refraksi, dapat diaplikasikan secara efektif bergantung kompleksitas struktur secara geologi yang akan diinvestigasi. Ketebalan lapisan dan kecepatan perambatan gelombang secara langsung dihitung dari *first breaks* dengan metode langsung. Beberapa peneliti yang telah menggunakan *shot first breaks* dan menggunakan teknik “plus-minus” (Hagerdoorn, 1959), GRM (Palmer, 1986).

Dengan hadirnya teknik inversi seismik refraksi dapat dilakukan untuk menyajikan estimasi parameter model struktur bawah permukaan, baik dalam skala lokal maupun regional (Jacob Sheechn, et.al., 2005, Stefani, 1995).

Dalam paper ini kami telah melakukan: pemodelan maju, membuat program pengolahan data berbasis matlab untuk ketiga metode inversi LSQ (unconstrained, constrained dan marquardt), uji program metode inversi LSQ, petik (picking) data, analisis dan interpretasi kecepatan dan ketebalan lapisan serta analisis resolusi hasil inversi ketiga metode inversi LSQ. Analisis

resolusi dilakukan melalui: pemodelan maju, uji tingkat resolusi (misfit) serta uji konvergensi.

Prinsip metode ini adalah bahwa objek di bawah permukaan diyakini pasti hanya dalam satu kondisi tertentu yang unik. Untuk mendapatkan solusi yang unik dari solusi yang sangat mungkin berbeda-beda (non-unik), ditambahkan sejumlah informasi yang disebut informasi awal (prior information).

2. Metode Penelitian

Teori inversi adalah sekumpulan organisasi teknik matematis untuk mereduksi data guna mendapatkan informasi berguna tentang dunia fisis berdasarkan kesimpulan dari pengukuran. Teori inversi ini dibatasi pada pengamatan dan pertanyaan yang dapat direpresentasikan secara numerikal. Pengamatan terdiri dari tabulasi atau data pengukuran. Pertanyaan (*question*) yang akan kita jawab, dinyatakan dalam bentuk nilai-nilai numeris (dan statistik) khususnya sifat-sifat dunia (*world*) yang disebut “parameter model”.

Teori inversi berbalikan dengan “*forward theory*”, yang didefinisikan sebagai proses prediksi hasil pengukuran (prediksi data) berdasarkan beberapa prinsip atau model dan sejumlah kondisi khusus yang relevan dengan persoalan yang ditangani. Model inversi, secara kasar berbicara, dialamatkan pada persoalan terbalik: diawali dengan data dan prinsip umum atau model, yang ditentukan estimasi dari parameter model.

Meskipun tujuan utama teori inversi adalah menyajikan estimasi parameter model, model ini juga telah mempunyai cakupan yang lebih luas. Rata-rata dalam kasus terdapat banyak informasi yang berkaitan yang dapat diekstrak untuk membantu menentukan “kebaikan” (*goodness*) solusi persoalan inversi.

2.1. Formulasi persoalan inversi

Parameter model yang dipilih menjadi sangat berarti; yaitu, data dipilih untuk menangkap karakter utama dari proses-proses yang sedang diteliti. Jika N pengukuran dilakukan dalam percobaan tertentu, dengan menganggap ini angka sebagai elemen dari vektor d panjang N . Parameter model dapat direpresentasikan sebagai elemen dari vektor m , yang panjangnya M (W. Menke, 1989) sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \text{Data} : \mathbf{d} &= [d_1, d_2, d_3, \dots, d_N]^T \\ \mathbf{m} &= [m_1, m_2, m_3, \dots, m_M]^T \end{aligned} \quad (2.1)$$

m: Parameter model

Dalam situasi yang lebih realistis, parameter data dan model yang mungkin berhubungan dengan satu atau lebih, persamaan implisit, $f_L(d, m) = 0$. L adalah jumlah persamaan. Secara umum, $f(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = 0$ dapat terdiri dari fungsi nonlinier parameter data dan model, atau dengan persamaan linear eksplisit $\mathbf{Gm} = \mathbf{d}$. \mathbf{G} disebut matrik kernel, analogi dengan model persamaan integral dimana data dan parameter analog adalah dua fungsi kontinu $d(x)$ dan $m(x)$. x adalah beberapa variabel bebas. Teori inversi diskrit fungsi model kontinu (Menke, 1989), dinyatakan sbb:

$$d_i = \sum_{j=1}^M G_{ij} m_j \quad (2.2).$$

2.2. Solusi Persoalan Inversi

Terdapat banyak perbedaan yang menjadi solusi untuk persoalan inversi. Oleh karena itu secara umum kita ingin mengetahui nilai-nilai numerik dari parameter model. Hanya saja, masalah ini jadi rumit oleh kehadiran kesalahan pengukuran di mana-mana dan juga oleh kemungkinan bahwa beberapa parameter model tidak dibatasi oleh pengamatan apapun. Lebih utama lagi, praktisi teori inversi mendorong untuk melakukan berbagai kompromi antara jenis informasi yang mereka inginkan secara aktual dan jenis informasi yang diperoleh dari beberapa set data yang diberikan. Kompromi ini mengarah ke jenis lain dari “jawaban” yang lebih abstrak daripada estimasi sederhana model parameter. Bagian praktis dari teori inversi adalah mengidentifikasi fitur solusi yang paling berharga dan kompromi yang menekankan fitur ini.

2.2.1. Metode Inversi LSQ Unconstrained

Metode paling sederhana untuk menyelesaikan persoalan inversi linear $\mathbf{d} = \mathbf{Gm}$ didasarkan pada ukuran atau panjang pengukuran dari parameter model estimasi, m^{est} dan data prediksi $\mathbf{d}^{\text{pre}} = \mathbf{Gm}^{\text{est}}$. Metode *least squares* (LSQ) mengestimasi solusi sebuah persoalan inversi dengan mencari parameter model yang meminimalkan panjang pengukuran

berkaitan dengan data estimasi, yaitu jarak *Euclidean* dari pengamatan. Metode LSQ menggunakan L_2 norm untuk mengkuantifikasi panjang.

Persoalan mendasar dari pencocokan garis lurus pada ilustrasi data menggunakan prosedur teknik dasar. Model itu menyatakan bahwa data dapat dijelaskan dengan persamaan linear $d_i = m_1 + m_2 x_i$. Terdapat dua parameter model M, tetapi fakta bahwa persamaan ini tidak dapat memenuhi setiap titik i, itu yang disebut overdetermined (jumlah data $N > M$) tidak mempunyai solusi eksak.

Solusi metode LSQ dari persoalan inversi linear dapat didekati dengan operasi matriks. Pendekatan ini dimulai dari upaya membuat persamaan model dalam bentuk matrik $\mathbf{d} = \mathbf{Gm}$. Parameter yang belum diketahui yang terkandung dalam elemen-elemen vektor \mathbf{m} . Karena data hasil pengukuran diyakini pasti memiliki eror yang besarnya bervariasi, berarti data observasi tidak akan pernah cocok (**fit**) secara sempurna dengan model. Itu artinya bahwa misfit tidak akan pernah bisa dihindari. Konsekwensinya, misfit, (baca eror) tersebut mesti disertakan pada $\mathbf{d} = \mathbf{Gm}$, sbb:

$$\mathbf{d} = \mathbf{Gm} + \mathbf{e}_i \quad (2.3)$$

Selanjutnya, solusi regresi linear diupayakan dengan meminimalkan jumlah kuadrat dari eror, \mathbf{e}_i dalam rangka memperoleh misfit terkecil yaitu jarak perbedaan terkecil antara data survei dan model, sbb:

$$q = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\mathbf{d} - \mathbf{Gm})^T (\mathbf{d} - \mathbf{Gm}) \quad (2.4)$$

dengan T: operasi transpose. Agar kuadrat eror di atas menghasilkan nilai minimal, maka persamaan (2.2), diturunkan terhadap m dan dibuat sama dengan nol, sehingga diperoleh persamaan inversi *unconstrained least squares* sbb:

$$\mathbf{m} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d} \quad (2.5)$$

$[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T$ dinamakan *Generalized inverse* yang mengolah data d untuk memperoleh parameter model, m yang belum diketahui.

2.2.2. Metode Inversi LSQ Konstarin (Lagrange Multiplier)

Untuk mendapatkan solusi yang unik, kita harus menambahkan sejumlah informasi yang sebelumnya tidak ada pada persamaan *least*

squares, $\mathbf{d} = \mathbf{Gm}$. Informasi tambahan ini disebut informasi awal (*prior information*) (h), yang diperoleh dari data geofisika lainnya, borehole, atau data geologi.

Secara umum, informasi awal tersebut diharapkan membantu pemodelan inversi sehingga diperoleh hasil yang unik dari sejumlah kemungkinan solusi. Proses ini disebut meng-constrain, sedang hasilnya disebut ter-constrain. Constrain terhadap suatu data dirumuskan sebagai berikut

$$\mathbf{Dm} = \mathbf{h} \quad (2.6)$$

\mathbf{D} adalah matrik dengan seluruh elemen selain diagonal bernilai nol yang beroperasi pada parameter model m sedemikian rupa sehingga parameter m “dipaksa” untuk sama persis dengan informasi awal (h). Solusi persamaan (2.6) dilakukan dengan *linear equality constraints*. Formulasi matematikanya sebagai berikut

$$\Phi = (\mathbf{d} - \mathbf{Gm})^T (\mathbf{d} - \mathbf{Gm}) + \beta^2 (\mathbf{Dm} - \mathbf{h})^T (\mathbf{Dm} - \mathbf{h}) \quad (2.7)$$

Untuk mendapatkan eror minimum maka persamaan (2.7) diturunkan terhadap m dan dibuat sama dengan nol, sehingga diperoleh persamaan solusi ter-constrain:

$$m_c = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta^2 \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{G}^T \mathbf{d} + \beta^2 \mathbf{h}) \quad (2.8)$$

Persamaan (2.8) ini dinamakan inversi linear terkonstrain atau *biased linear estimation technique* atau *Lagrange multiplier method*. Keuntungan formula ini dapat membantu mendapatkan satu solusi yang unik dari sejumlah solusi yang mungkin pada masalah *overdetermined*, dimana didalamnya terdapat ketidakpastian sebagai akibat dari kesalahan pengukuran dan ketidakpastian (*uncertainties*). Parameter β disebut faktor pengali Lagrange biasanya bernilai antara 0 dan 1 ($0 < \beta < 1$) yang diperoleh dengan trial and error.

2.2.3. Metode Inversi Marquardt (*Damped LSQ*)

Untuk menginversi data yang terbatas adalah dengan menentukan constrain sehingga solusi yang diinginkan menjadi halus (*smooth*). Tingkat smoothness dapat diukur berdasarkan kondisi fisik atau geologi (Marquardt, DW, 1963).

Jika diinginkan parameter model bervariasi dengan jarak selisih yang kecil, maka dilakukan proses minimisasi perbedaan parameter yang berdekatan ($m_1 - m_2$), ($m_2 - m_3$), ..., ($m_{p-1} - m_p$).

Perbedaan ini dinyatakan sebagai persamaan constrain $\mathbf{Dm} = \mathbf{h}$. Dengan \mathbf{D} adalah operator selisih yang bertindak sebagai matrik *smoothness* dan \mathbf{Dm} disebut perataan (*flatness*) solusi vektor parameter model m . Operasi ini akan mendorong proses inversi menuju kondisi stabil. Sehingga untuk mendapatkan solusi yang smooth, kita gunakan ukuran selisih seperti persamaan (2.6), sbb:

$$q_2(m) = (\mathbf{Dm} - \mathbf{h})^T (\mathbf{Dm} - \mathbf{h}) = \mathbf{m}^T \mathbf{D}^T \mathbf{Dm} = \mathbf{m}^T \mathbf{Hm} \quad (2.9)$$

dengan $\mathbf{H} = \mathbf{D}^T \mathbf{D}$.

Secara matematik persamaan (2.9) di atas diminimalkan dibawah kondisi $|\mathbf{d} - \mathbf{Gm}|^2 \leq q_T$.

q_T adalah nilai toleransi maksimum dari residual atau *misfit*. Masalah constrain membutuhkan minimisasi $|\mathbf{d} - \mathbf{Gm}|^2$ dan $q_2(m)$ sehingga diperoleh formulasi mirip dengan persamaan (2.9) berikut,

$$\phi = (\mathbf{d} - \mathbf{Gm})^T (\mathbf{d} - \mathbf{Gm}) + \beta^2 (\mathbf{m}^T \mathbf{D}^T \mathbf{Dm}) \quad (2.10)$$

Untuk mendapatkan solusi parameter model, maka persamaan (2.10) diminimalkan terhadap m dan dibuat sama dengan nol sehingga diperoleh persamaan inversi Marquardt atau *Damped least squares solution*, berikut,

$$m_s = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta^2 \mathbf{H})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d} \quad (2.11)$$

dengan $\mathbf{D} = \mathbf{I}$. \mathbf{I} matriks identitas.

3. Metode pendekatan Seismik Refraksi

Seiring waktu berlalu, teknik pengolahan data pengukuran dikembangkan. Teknik ini dapat dibagi menjadi empat kelompok utama tergantung pada jenis gelombang dan model geologi yang mereka gunakan (Jan Valenta, 2007). Pertama model bumi berlapis dan head waves. Model berbasis lapisan terdiri dari sejumlah lapisan berbeda dengan kecepatan yang berbeda. Kedua, model bumi dengan gradien kecepatan di mana kecepatan dapat berubah perlahan dalam arah lateral dan vertikal, sering tanpa antarmuka yang jelas. Ketiga, penggabungan metode kedua jenis model dan semua jenis sinar, yang mampu menginversi simultan kecepatan seismik dan lapisan antarmuka. Keempat, teknik yang paling canggih, yang masih belum memuaskan dilaksanakan, adalah inversi gelombang penuh.

Inversi adalah langkah akhir dari setiap iterasi dari pemodelan. Setelah waktu tempuh dihitung secara sintesis dari model yang ada, kita harus membandingkannya dengan waktu tempuh

pengukuran. Jika perbedaan antara keduanya telah menurun, maka model telah mendekati struktur riil.

3.1. Aplikasi Metode inversi dalam analisis Data Seismik Refraksi

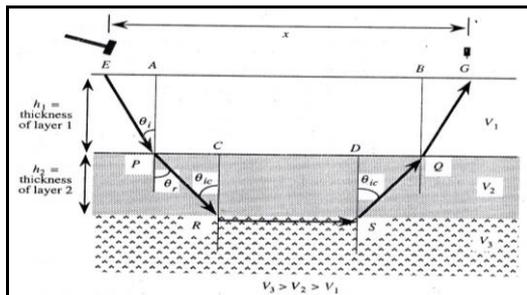
Sebelum mengaplikasikan metode inversi pada data seismik refraksi, terlebih dahulu kita memahami penyebaran gelombang melalui bawah permukaan homogen. Sebagaimana muka gelombang setengah bola merambat melalui rangkaian geofon dengan jarak yang sama. Waktu tempuh muka gelombang ini dari sumber energi (shot point) ke setiap geofon dapat direkam di permukaan berupa seismogram. Jarak dari titik tembak ke setiap geofon, kita dapat membangun kurva waktu-jarak.

Dalam eksperimen seismik refraksi didasarkan pada waktu tiba gerakan tanah awal yang dibangkitkan oleh sebuah sumber yang terekam di berbagai jarak. Jadi sejumlah data dari eksperimen refraksi terdiri dari waktu dan jarak, inilah yang kemudian diinterpretasi dalam bentuk kedalaman terhadap antarmuka bawah permukaan dan kecepatan dimana gerak berjalan melalui bawah permukaan tiap lapis. Kecepatan ini dikontrol dengan sejumlah konstanta fisis, yang disebut parameter elastik yang menjelaskan material.

3.2. Penurunan Persamaan Waktu tempuh

Karena gelombang berjalan dengan kecepatan konstan dan spasi geofon sama, maka plot jarak-waktu akan berupa garis lurus. Persamaan untuk garis lurus ini, sebagai berikut

$$times = \frac{path}{velocity} \text{ atau } t = \frac{x}{v} \quad (2.12)$$



Gambar 1. Diagram mengilustrasikan simbol-simbol waktu tempuh gelombang refraksi kritis sepanjang antarmuka kedua pada model tiga lapis (Burger, HR., 1992).

Berdasarkan Gambar 1 dapat dilihat bahwa untuk strata geologi seperti ini, gelombang langsung akan berjalan dari E ke G dan bahwa energi juga berjalan melalui lintasan EPQG, serta melalui antarmuka v_2-v_3 , dengan lintasan EPRSQ. Asumsi $v_3 > v_2 > v_1$. Sudut kritis terjadi pada $\sin \theta_{ic} = v_2 / v_3$. Berdasarkan hukum Snellius, maka setelah melalui sedikit modifikasi (selengkapnya baca Burger, HR., 1992) diperoleh persamaan travel-time untuk lapisan ke-n berikut:

$$t_n = \frac{x}{v_n} + \frac{2}{v_n} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{h_i \sqrt{v_n^2 - v_i^2}}{v_i} \quad (2.13)$$

i adalah variabel berjalan dan mengindikasikan antarmuka kecuali *halfspace* homogen. Jumlah lapisan kecuali *halfspace* dijelaskan dengan n. Suku kedua sisi kanan persamaan (2.13) representasi *intercept time*, $t_{n,int}$. Kebalikan dari gradien secara langsung memberikan kecepatan yaitu *slope* ($=1/v_n$) yang dikenal dengan *slowness* dari masing-masing lapisan. Dengan sedikit modifikasi persamaan (2.13), maka tebal (h_i) lapisan ke-n atau antarmuka ke-i pada $x=0$ adalah:

$$h_i = \frac{t_{i,int}}{2} \frac{v_n v_i}{\sqrt{v_n^2 - v_i^2}} \quad (2.14)$$

Jika tebal dan kecepatan telah dihitung, maka dapat digunakan sebagai estimasi parameter model awal (*initial guess*) untuk proses inversi.

Secara alami, sering lapisan berundulasi atau miring. Untuk mengatasi hal ini dilakukan tembakan dalam dua arah berlawanan.

3.3.1. Aplikasi Metode LSQ Unconstrained pada data seismik refraksi

Aplikasi persamaan inversi LSQ unconstrained (persamaan 2.5) pada data seismik refraksi yang dilakukan dengan jarak offset xi, dan persamaan waktu tempuh, t_i (Abdulwahab A. Abokhodair, 2009) sebagai berikut:

$$t_i = m_2 x_i + m_1 \quad (2.15)$$

Dengan parameter model m_1 dan m_2 m_1 : waktu tempuh pada offset (x) nol (*intercept time*) dan m_2 : *slowness* (seper kecepatan). Persamaan (2.15) dapat dinyatakan dalam operasi matrik ($d=Gm$) sebagai berikut ini:

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \dots \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \dots & \dots \\ 1 & x_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Untuk mendapatkan parameter yang belum diketahui, m_1 dan m_2 , dalam persamaan ini digunakan langkah-langkah berikut:

1. Menentukan transpose dari matrik G, yaitu G^T
2. Melakukan perkalian matrik $G^T * G$, sesuai dengan jumlah data, N
3. Melakukan perkalian $G^T * d$
4. Memodifikasi sedemikian rupa persamaan (2.16) dengan memasukan dua komponen kedalamannya sehingga diperoleh persamaan matrik inversi linear tak terkonstrain sbb:

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum t_i \\ \sum x_i t_i \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Operasi matriks di atas akan menghasikan nilai-nilai m_1 dan m_2 .

3.3.2. Aplikasi Metode LSQ Constrained pada data seismik refraksi

Sebagaimana pada metode LSQ *unconstrained*, dengan memodifikasi persamaan (2.16) berdasarkan persamaan (2.8) maka diperoleh persamaan (2.18).

Untuk mendapatkan parameter yang belum diketahui dalam persamaan (2.8) digunakan langkah-langkah seperti pada metode *unconstrained* sehingga diperoleh persamaan menyerupai persamaan (2.17) dengan memasukan komponen (x_c, t_c) .

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum x_i & 1 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & x_c \\ 1 & x_c & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum t_i \\ \sum x_i t_i \\ t_c \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

3.3.3. Aplikasi Metode LSQ Marquardt pada data seismik refraksi

Berdasarkan persamaan (2.11) dilakukan manipulasi sehingga diperoleh persamaan (2.19) yang menyerupai persamaan (2.17).

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum t_i \\ \sum x_i t_i \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Dengan demikian diperoleh parameter yang belum diketahui (m_1 dan m_2). Selanjutnya akan dihitung nilai kecepatan dan ketebalan setiap lapis.

4. Hasil dan Pembahasan

Data yang digunakan dalam tulisan ini adalah data sekunder, dalam “*Exploration Geophysics of the shallow subsurface*” oleh Burger, H.R. (1992). Data tersebut berupa rekaman jejak seismik refraksi, 24 geofon (channel) dengan interval geofon 10 m dan letak geofon pertama 3 m dari sumber baik forward shoot maupun reverse shoot. Panjang rekaman jejak seismik 185 ms dan interval garis waktu 5 ms.

Sebelum melakukan proses inversi, dilakukan: pembuatan program pengolahan data berbasis matlab untuk ketiga metode inversi LSQ, pemodelan maju, petik data, dan melakukan inversi serta analisis resolusi. Hasilnya berupa slowness (a_1) dan intercept time (a_0), kecepatan dan tebal lapisan bawah permukaan dan penampang seismik 2D.

Akurasi hasil perhitungan inversi LSQ, kami validasi dengan mengawali pemodelan maju, validasi misfit minimal serta uji konvergensi antara data pengamatan dengan model. Hasilnya dijelaskan berikut ini.

4.1. Pemodelan maju (Forward Modeling)

Sebelum melakukan inversi terhadap data real, adalah penting untuk menguji kemampuan dan stabilitas dari algoritma dan program yang digunakan untuk menginversi berbagai tipe detail dari model. Seperti pengujian yang dikenal sebagai analisis resolusi model (Menke, 1989).

Secara umum dalam pemodelan dilakukan dalam tiga langkah, pertama parameterisasi model, pemodelan maju dan inversi.

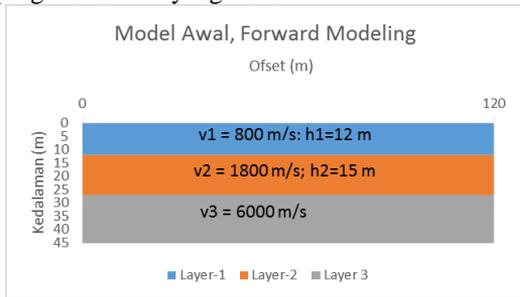
Untuk membangun model awal dalam pemodelan maju ini kami digunakan: model tiga lapis dengan kecepatan berturut-turut: 800, 1800 dan 6000 dalam satuan m/s, tebal lapisan pertama dan kedua masing-masing 12 m dan 15 m (Gambar 2). Dari data-data ini dihitung waktu tempuh gelombang langsung dan gelombang bias untuk masing-masing lapisan di bawah ini. Data-data ini sebagai data awal dalam proses inversi. Dalam proses inversi dibuat kurva waktu tempuh pengukuran dan model, menggunakan program Matlab yang telah dibuat. Selanjutnya dianalisis masing-masing kecepatan dan ketebalan hasil perhitungan dengan membandingkan dengan data sebenarnya (true) serta resolusinya diindikasikan dengan misfit minimal dan konvergensi antara kedua data tersebut.

Berikut data waktu tempuh (travel-time) hasil perhitungan menggunakan persamaan (2.13). Offset, x (m) dengan interval 5 m dan waktu tempuh, t (s). Hasilnya sebagai berikut:

$x = [5.0000 \ 10.0000 \ 15.0000 \ 20.0000 \ 25.0000 \ 30.0000 \ 35.0000 \ 40.0000$
 $45.0000 \ 50.0000 \ 55.0000 \ 60.0000 \ 65.0000 \ 70.0000 \ 75.0000$
 $80.0000 \ 85.0000 \ 90.0000 \ 95.0000 \ 100.0000 \ 105.0000 \ 110.0000$
 $115.0000 \ 120.0000]$

$t = [0.0063 \ 0.0125 \ 0.0187 \ 0.0250 \ 0.0313 \ 0.0375 \ 0.0437 \ 0.0491 \ 0.0519$
 $0.0547 \ 0.0548 \ 0.0556 \ 0.0565 \ 0.0573 \ 0.0581 \ 0.0590 \ 0.0598 \ 0.0606$
 $0.0615 \ 0.0623 \ 0.0631 \ 0.0640 \ 0.0648 \ 0.0656];$

Data-data inilah yang menjadi input dalam melakukan inversi dengan berbagai metode LSQ di bawah ini, guna menguji kapabilitas sistem dan program inversi yang telah dibuat.



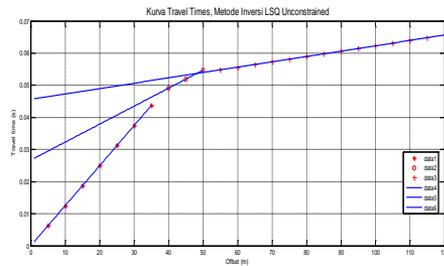
Gambar 2. Penampang Pemodelan maju

4.2. Hasil Uji Program Matlab dan Akurasi Metode Inversi LSQ

Inversi adalah langkah terakhir dalam menghitung travel-time sintetik dari model yang ada, dan dibandingkan dengan waktu tempuh pengukuran. Perbedaan (vektor residual) antara keduanya menentukan “qualitas” model saat itu (its fitness). Jika perbedaan waktu tempuh sintetik dan pengukuran berkurang, model itu telah mendekati struktur riil. Dalam hal ini dapat diperlihatkan bahwa hubungan antara gangguan kecil dalam parameter model dan dihasilkan gangguan pada waktu tempuh sintetik dapat didekati dengan persamaan linear. Dengan kata lain, perubahan kecil pada vektor waktu tempuh sintetik berkaitan dengan perubahan kecil pada parameter model melalui matriks.

4.2.1. Uji Program Metode Inversi LSQ Unconstrained

Untuk metode inversi LSQ unconstrained, hasilnya dapat dilihat pada Gambar 3 berikut ini.



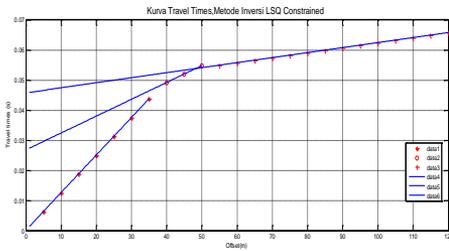
Gambar 3. Kurva Travel-time, Uji Program Metode Inversi LSQ Unconstrained, model 3 lapis. Data1, data2, data3: data pengukuran dan data4, data5, data6: data model.

Kurva travel-time (Gambar 3) hasil inversi LSQ unconstrained di atas menunjukkan model 3 lapis dengan dua titik kritis antarmuka (interface) yaitu (35, 0.0437) dan (50, 0.0547). Hasil inversi (v_{model}): 800.9153, 1785.700, dan 6002.600 dalam satuan m/s dan ketebalan (h_{model}): 11.9630 m dan 14.9924 m seperti pada Tabel 4 (terlampir).

Dapat dilihat bahwa resolusi hasil inversi cukup tinggi dengan indikator eror: $(2.1943 - 9.9449) \times 10^{-17}$ dan konvergensi antara data (true) dengan model residualnya antara $1.8 \times 10^{-11} - 4.4 \times 10^{-4}$. Hasil ini menunjukkan bahwa Program inversi yang kami buat untuk tujuan inversi data lapangan dengan metode unconstrained cukup akurat.

4.2.2. Uji Program Metode Inversi LSQ Constrained

Metode inversi LSQ constrained seperti unconstrained, di atas menggunakan data input yang sama. Bedanya pada metode constrained ini memasukan informasi awal (prior information) berupa titik-titik kritis antarmuka pada setiap lapis. Titik kritis dalam hal ini adalah titik [35;0.04375] yaitu titik potong antara gelombang langsung dengan gelombang bias pertama dan titik [50; 0.0519] merupakan titik potong antara gelombang bias pertama dengan kedua. Perbedaan lain adalah metode constrained menambahkan faktor pengali Lagrange, β . Guna untuk memaksa nilai keduanya sama. Khusus metode LSQ constrained nilai β 0.0015 untuk kedua antarmuka.

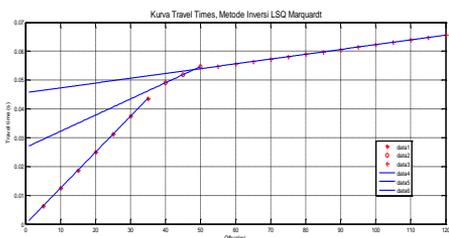


Gambar 4. Kurva travel-time, Uji Program Metode Inversi LSQ Constrained, model 3 lapis. data1, data2, data3: data pengukuran dan data4, data5, data6: data model.

Hasil eksekusi program inversi dapat dilihat pada Gambar 4 di atas. Kecepatan masing-masing lapisan: 800.8522, 1785.300 dan 5998.200 dalam satuan m/s dan tebal lapisan pertama dan kedua adalah 12.0126 m dan 14.9777 m. Resolusi hasil inversi ini dapat dilihat dari indikator yaitu: eror $(2.3278 - 4.7190) \times 10^{-4}$ dan residual konvergensinya antara $1.8e^{-11} - 4.4 \times 10^{-4}$, suatu indikator yang sangat teliti.

4.2.3. Uji Program Metode Inversi LSQ Marquardt

Pada metode ini dilakukan proses minimisasi perbedaan parameter yang berdekatan. Dalam tulisan ini digunakan faktor pengali Lagrange (β) berturut-turut: 0.045 dan 0.01 untuk interface pertama dan kedua. Hasil eksekusi program inversi dapat dilihat pada Gambar 5 di bawah ini.



Gambar 5. Kurva Travel-time Uji Program Metode LSQ Marquardt, model 3 lapis. Data1, data2, data3: pengukuran dan data4, data5, data6: model.

Baik Gambar 5 maupun Tabel 4 (terlampir) memperlihatkan bahwa hasil inversi dengan metode marquardt sebagaimana kedua metode sebelumnya, cukup akurat. Kecepatan hasil inversi berturut-turut: 800.9166, 1782.8000 dan 6000.1000 dalam satuan m/s. Sedangkan ketebalan

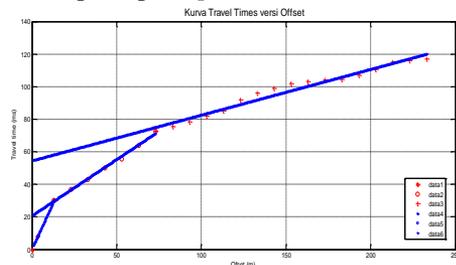
model 11.9503 m dan 14.9899 m seperti dalam Tabel 4 (terlampir) dan pada penampang 2D (Gambar 2).

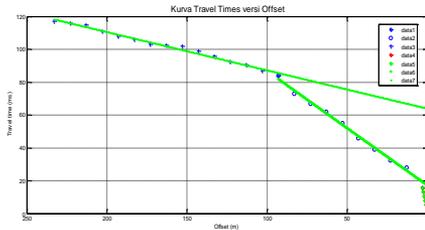
Error hasil uji program metode marquardt ini berkisar antara $(1.0217 - 9.9597) \times 10^{-5}$ dan residual antara kedua data hasil inversi dengan data true adalah: $1.8 \times 10^{-11} - 4.4 \times 10^{-4}$.

4.3.1. Hasil Inversi data lapangan menggunakan metode LSQ Unconstrained

Kurva waktu tempuh pada Gambar 6 di bawah ini terdiri dari 3 segmen garis. Masing-masing segmen garis mengindikasikan lapisan pertama, kedua dan ketiga. Dari ketiga segmen garis ini akan ditentukan kecepatan dan ketebalan masing-masing lapisan.

Intercept time untuk segmen garis pertama, pada kedua shoot adalah nol, keduanya merupakan gelombang langsung. Sedang *slowness* berbeda, waktu tempuh-nya 8 ms untuk forward sedang untuk reverse 16 ms. Demikian juga kecepatan forward (375.00 m/s) dua kali lebih besar dibanding kecepatan untuk reverse shoot (187.50 m/s). Hal yang sama adalah bahwa pada lapisan lebih tebal untuk forward shoot (3.9791 m) dua kali lipat dibanding dengan reverse shoot (1.5805 m), tetapi waktu tempuhnya 1/2 dari waktu reverse shoot, karena tebal lapisan berbanding lurus dengan perkalian kedua kecepatan. Secara geologi hal ini diinterpretasi sebagai material yang berbeda. Hal yang sama terjadi perbedaan titik kritis pada segmen garis kedua shoot forward (pada jarak 73 m) sedang titik kritis untuk shoot reverse terjadi pada jarak 93 m dari masing-masing tembakan. Namun titik potong bagian top kedua kurva waktu tempuh sama yaitu pada 117 ms, sesuai prinsip *reciprocal*.



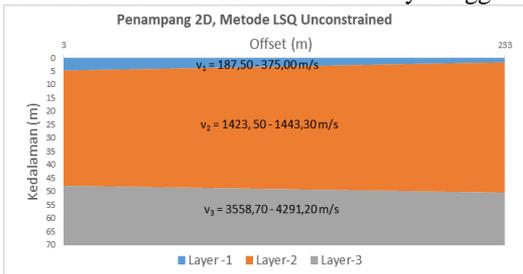


Gambar 6. Kurva Waktu tempuh Forward shoot (a, atas) & reverse shoot (b, bawah), Metode Unconstrained. (data 1 - 3): data pengukuran dan (data 4-6): model

Dari hasil perhitungan kecepatan dan ketebalan masing-masing lapisan selanjutnya dibuat penampang per lapisan bawah permukaan kemudian diinterpretasi secara geologi. Gambar 6c berikut ini merupakan struktur yang dihitung dari kurva waktu tempuh (Gambar 6a&b) di atas.

Dapat dilihat bahwa lapisan pertama dan kedua masing-masing merupakan lapisan miring. Lapisan pertama miring ke atas sedang lapisan kedua miring ke bawah dilihat dari sebelah kiri. Lapisan pertama ini menipis dari 3.9791 m menjadi 1.5805 m dengan kecepatan masing-masing lapisan pertama (187.50 - 375.00) m/s ditafsirkan sebagai tanah atau pasir lepas. Lapisan kedua miring ke bawah dengan kecepatan (1437.10 - 1443.30) m/s diinterpretasi sebagai pasir (tersaturasi air, lepas) tebal menebal dari 43.1087 m menjadi 48.7794 m dan lapisan ketiga dengan (3558.70 - 4291.20) m/s berupa batu pasir atau batu gamping (W.R. Telford, R.E. Sheriff, L.P. Geldart, 1990; Reynolds, 1997).

Misfit hasil perhitungan: 0 - 4.4917 yang konvergen pada iterasi ke-2 dengan residual relatif 1.4e-015 - 0.022. Jadi resolusinya tinggi.



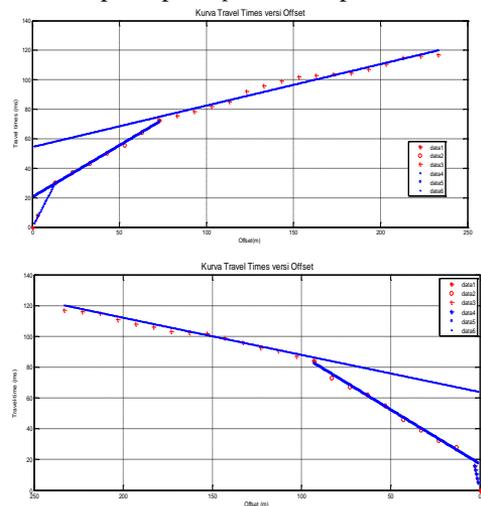
Gambar 6c. Penampang 2D Seismik refraksi hasil inversi metode LSQ unconstrained. Layer-1: tanah, pasir lepas; layer-2: pasir (tersaturasi, lepas) dan layer-3: batupasir, batu gamping.

4.3.2. Hasil Inversi data lapangan menggunakan metode LSQ Constrained

Dalam tulisan ini informasi awal yang kami gunakan adalah titik kritis. Titik kritis untuk forward shoot pada interface pertama dan kedua masing-masing (13, 30) dan (73, 72.5) dan untuk reverse shoot pada titik (13, 28) dan (93, 84) lihat Gambar 7 atas & bawah).

Intercept time untuk segmen garis pertama untuk forward shoot, (0.0018) dan reverse shoot (0.0036) karena keduanya merupakan gelombang langsung. Sedang slowness-nya berbeda (2.6667) dan (5.3360) hampir dua kali lipat. Demikian juga kecepatan forward (374.9959 m/s) dua kali lebih besar dibanding kecepatan untuk reverse shoot (187.4058 m/s). Ketebalan lapisan pertama sebagaimana pada metode unconstrained di atas, lapisan lebih tebal untuk forward shoot (3.9832 m) hampir dua kali lipat dibanding dengan lapisan reverse shoot (1.6245 m).

Titik kritis pada segmen garis kedua shoot forward (73,72.5) sedang untuk shoot reverse terjadi pada (93, 84), namun titik potong bagian atas kedua kurva waktu tempuh sama yaitu pada 117 ms. Jadi prinsip *reciprocal* tetap berlaku.

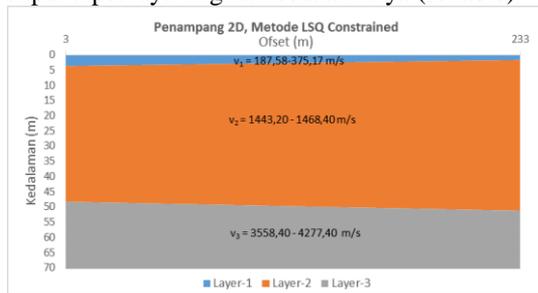


Gambar 7. Kurva Waktu tempuh Forward shoot (a, atas, b, bawah) Metode Constrained. Data pengukuran (data 1 - 3, merah) dan hasil inversi (data 4-6, biru)

Setelah kecepatan diketahui, ketebalan setiap lapisan dihitung, selanjutnya dibuat penampang strata per lapisan bawah permukaan dan interpretasi secara geologi (Gambar 7c). Perhatikan bahwa lapisan pertama dan kedua

masing-masing merupakan lapisan miring. Lapisan pertama miring ke atas (updip) sedang lapisan kedua miring ke bawah (downdip) dilihat dari ujung kiri. Tebal lapisan pertama ini menipis dari 3.9832 m menjadi 1.6245 m dengan kecepatan (187.4058 - 374.9959) m/s, dan ditafsirkan sebagai tanah atau pasir lepas. Lapisan kedua miring ke bawah dengan kecepatan (1420.000 - 1428.200) m/s diinterpretasi sebagai pasir (tersaturasi air, lepas), menebal dari 42.5759 m menjadi 48.3461 m. Kecepatan lapisan ketiga (3557.700 - 4141.300) m/s berupa batu pasir atau batu gamping (W.R. Telford, R.E. Sheriff, L.P. Geldart, 1990; Reynolds, 1997).

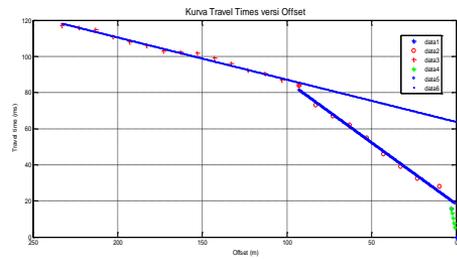
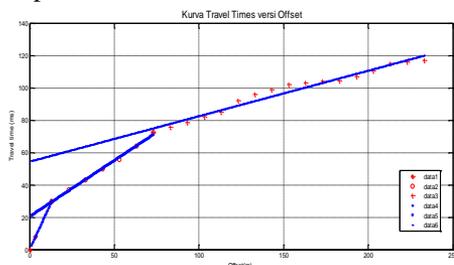
Akurasi perhitungan misfit antara: 1.0305×10^{-4} - 10.4425 dan konvergen pada iterasi ke-2 dengan residual relatif: 1.4×10^{-015} sampai 0.026. Hal ini menunjukkan bahwa resolusi hasil inversi dengan metode constrained cukup tinggi dan dapat dipercaya tingkat kebenarannya (reliable).



Gambar 7c. Penampang 2D seismik refraksi, metode constrained. Layer-1: tanah, pasir lepas; layer-2: pasir (tersaturasi, lepas) dan layer-3: batupasir, batu gamping.

4.3.3. Hasil Inversi data lapangan menggunakan Metode Inversi Marquardt

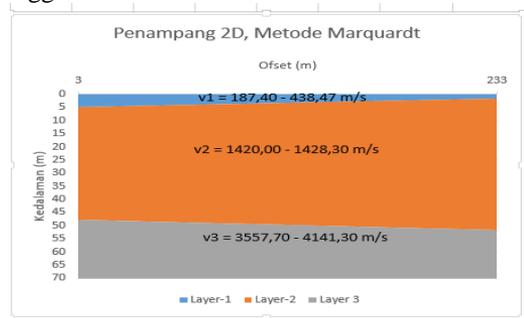
Metode inversi dengan smoothness pada tulisan dilakukan menggunakan persamaan (2.20), dengan faktor pengali Lagrange, $\beta = 0.045$, yang diperoleh secara trial and error. Hasilnya dapat dilihat pada Gambar 8 di bawah ini.



Gambar 8. Kurva Waktu tempuh Forward shoot (atas, a) & Reverse shoot (bawah,b), Metode Marquardt. Data pengukuran (data 1 - 3, merah) dan hasil inversi (data 4-6, biru).

Intercept time segmen garis pertama untuk forward shoot, (0.0018) dan reverse (0.0036) untuk gelombang langsung (Gambar 8a&b). Slowness keduanya berbeda 2.2806 dan 5.3309 hampir dua kali lebih besar, dan slowness lapisan kedua dan ketiga tidak begitu signifikan perbedaan antara forward shoot dan reverse shoot. Ketebalan lapisan pertama sebagaimana pada metode unconstrained dan metode constrained di atas, lapisan lebih tebal untuk forward shoot (4.7220 m) hampir tiga kali lebih besar dibanding dengan reverse shoot (1.6245 m) lihat Gambar 8c. Sedang lapisan kedua miring ke bawah dengan peningkatan tebal dari 43.1041 m menjadi 49.8963 m di ujung kanan.

Dengan melihat eror (kesalahan) perhitungan rata-rata sebesar 4.2319 dan konvergen pada iterasi ke-2 dengan residual rata-rata antara data pengamatan dan perhitungan sebesar 0,0175. Hasil ini cukup reliabel, tingkat resolusinya cukup tinggi.



Gambar 8c. Penampang 2D seismik refraksi, metode Marquardt. Layer-1: tanah, pasir lepas; layer-2: pasir (tersaturasi, lepas) dan layer-3: batupasir, batu gamping.

4.3.4. Analisis Resolusi Komputasi ketiga Metode Inversi LSQ

Untuk menjawab pertanyaan apakah hasil inversi ketiga metode LSQ yang dilakukan di atas realibel, dapat dipercaya diyakini kebenarannya, Kami dapat menunjukan indikasinya yaitu eror atau misfit dan konvergensinya melalui residual relatif antara data pengukuran dan perhitungan. Resolusi masing-masing metode LSQ: a) *Unconstrained* antara 0 – 10.4424 dengan residual antara 1.4×10^{-15} – 0.026 antara data pengukuran dan komputasi. b) metode LSQ: *Constrained* misfit rata-ratanya 4.2319 dan residual rata-rata antara data pengukuran dan perhitungan sebesar 0.0175. c) Resolusi hasil prosesing Metode marquardt adalah antara 0.0025 – 10.4424 dengan residual antara data pengukuran dan perhitungan sebesar antara 1.4×10^{-15} – 0.03.

Eror paling besar (10.4424) pada semua metode inversi di atas hanya terjadi pada *forward shoot*, hal ini diduga karena datanya berundulasi, dapat dilihat dari rekaman datanya terutama pada geofon ke-16 sampai geofon ke-21. Kesalahan kedua terjadi pada lapisan pertama, dimana waktu tiba pertama pada masing-masing geofon pertama antara *forward shoot* (8 ms) dan *reverse shoot* (16 ms) dua kali lipat. Untuk mengetahui yang mana yang reliabel, sulit dipastikan karena pada lapisan ini hanya diwakili oleh masing-masing satu titik.

5. Kesimpulan dan Saran

1. Hasil uji program ketiga metode LSQ dalam pemodelan maju menunjukkan kestabilan yang cukup akurat. Indikasinya misfit antara model dengan data true pada orde: 10^{-5} - 10^{-4} dan residual konvergensinya: 1.8×10^{-11} – 4.4×10^{-4} .
2. Dari ketiga metode inversi LSQ diketahui bahwa lapisan bawah permukaan terdiri dari 3 lapis berturut-turut dari permukaan berupa: tanah, pasir lepas, kedua: pasir lepas tersaturasi dan ketiga: batu pasir-gampingan. Kecepatan dan ketebalan lapisan pertama: (187.500 – 375.1686) m/s dan (1.5805 – 3.9807) m, kedua: (1437.100 – 1468.400) m/s dan (43.1043 – 49.8963) m dan kecepatan serta lapisan ketiga (3558.400 – 4277.400) m/s.
3. Akurasi pemodelan maju dan inversi sangat tinggi dan realibel untuk diaplikasikan pada data lapangan. Resolusi ini ditandai dengan

misfit orde: 10^{-17} – 10^{-4} dan residual relatif konvergensinya: 10^{-11} – 10^{-3} , sedang resolusi hasil inversi data lapangan: 0.000 – 10.4424 dengan residual konvergensinya: 1.4×10^{-15} – 3×10^{-2} .

REFERENCES

1. Abdulwahab A. Abokhodair, 2009, Geophysical Inverse Problem, Department of Earth Sciences King Fahd University of Petroleum & Minerals, **Email:** akwahab@kfupm.edu.sa, (+966) 860-3851.
2. Arie Naskawan, Sri Widiyantoro dan Sonny Winardhi, 2002, Tomografi Seismik Refraksi menggunakan metoda Shortest Path Ray-Tracing, JTM-FIKTM-ITB no.1
3. Bodo Lehmann, 2007, Seismic Waktu tempuh Tomography for Engineering and Exploration Applications, EAGE Publication by PO.Box.59 Houten The Netherlands.
4. White, D.J., 1989, Two-dimensional seismic refraction tomography, *Geophy.J.Int.*, 97:223-245
5. Atul Jhajhria, and Igor B. Marozov, 2009, Accurate and automatic computation of refraction static in large 3D seismic datasets, Frontier+Innovation, CSPG, CSEG CWLS convention, Calgary, Alberta, Canada
6. Maryam Noori, Seyed Reza Shandizadeh, Mohammad Ali Riaki and Javad Jamali, 2012, The effect of initial velocity model accuracy on refraction tomography, *J. Of American science*, 8(9), pp 505-514.
7. Hagerdoorn, J.G., 1959, The Plus-Minus method of interpreting seismic refraction sections: *geophys*, pp 158-182
8. Palmer, D, 2001b, Resolving refractor ambiguities with amplitudes, *Geophysics*, 66, 5, pp 1590-`593
9. Jacob Sheechan, William E. Doll, Wayne, A. Mandell., 2005, An Evaluation of Methods and Available Software for Seismic Refraction Tomography Analysis, *JEEG*, March, volume 10, Issue 1, pp.21-34
10. Stefani, J.P., 1995, Turning-ray tomography, *Geophysics*, 60, p.1917-1929
11. Menke, W., 1989, *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, Revised Edition, Academic Press San diego New York Boston

12. Marquardt, D.W., 1963, An Algorithm for squares estimation on non-linear parameters, J. Of the society of industrial and applied mathematics, 11, pp 431-441
13. Burger, H.R., 1992, Exploration Geophysics of the Shallow subsurface, Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey 07632
14. Jan Valenta, 2007, New approaches in high-resolution shallow seismic prospection, Charles University in Prague, Faculty of Science Institute of Hydrogeology, Engineering Geology and Applied Geophysics
15. W.R. Telford, R.E. Sheriff, L.P. Geldart, 1990, *Applied Geophysics*, Second Edition, Cambridge University Press.
16. Reynolds, 1997, An Introduction to Applied and Environmental Geophysics, John Wiley and sons Third Avenue, New York, NY 10158-0012, USA.