

MODIFIKASI PERSAMAAN LOGISTIK PADA SIMULASI LAJU PERTUMBUHAN NYAMUK *Aedes aegypti*

Mukhsar¹

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Haluoleo, Kendari

e-mail: mukhsar@unhalu.ac.id, mukhsar@innov.center.org

Abstrak

Penyakit demam berdarah dengue (DBD) merupakan penyakit yang diakibatkan oleh gigitan nyamuk *aedes aegypti* betina yang telah membawa virus *dengue* sebelumnya. Nyamuk *aedes aegypti* sendiri sangat dipengaruhi oleh daya dukung lingkungan disekitarnya, termasuk musim (iklim). Program-program abatisasi atau penyemprotan biasanya dilakukan jika ada kasus DBD dan laporan populasi nyamuk sebagai vektor penyakit DBD yang diterima oleh Dinas Kesehatan Kota atau Kabupaten setempat. pengendalian vektor DBD Diperlukan suatu pemahaman tentang seluk beluk siklus hidup nyamuk *aedes aegypti* termasuk kepadatan populasinya. Tujuan penelitian ini adalah memodelkan laju pertumbuhan populasi nyamuk *aedes aegypti* yang merepresentasikan dua musim yang berbeda, menggunakan persamaan logistik yang dimodifikasi pada faktor daya dukung lingkungan berupa fungsi yang tidak konstan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kurva hubungan titik jenuh dan kerapatan populasi jentik nyamuk *Aedes aegypti* untuk berbagai nilai a menunjukkan bahwa daya berkembang biak yang tinggi (nilai a yang besar) menyebabkan kerapatan populasi jentik nyamuk *Aedes aegypti* akan berfluktuasi dengan cepat mendekati titik jenuh yang dipengaruhi oleh daya dukung lingkungan.

Kata-Kata Kunci: *aedes aegypti* (vector), persamaan logistik kalsik, modifikasi persamaan logistik

I. LATAR BELAKANG

Salah satu penyakit yang masih menjadi wabah setiap tahun di Indonesia adalah penyakit Demam Berdarah atau dikenal oleh dunia kesehatan sebagai Demam Berdarah Dengue (DBD). Gandahusada, dkk. (2000) menyebutkan bahwa sampai sekarang penyakit DBD masih merupakan masalah kesehatan masyarakat dan masih banyak laporan mengenai meninggalnya penderita karena kurang cepat ditangani oleh petugas kesehatan.

Wabah demam berdarah yang melanda negeri ini menyiratkan betapa rentannya kondisi kesehatan lingkungan di Indonesia saat ini, baik dilihat dari sisiantisipasi terhadap wabah, kesigapan penanggulangannya sampai pada penanganan para penderita yang kurang mampu. Hal ini terkait dengan penggunaan lahan tanpa memperhatikan lingkungan, kepadatan penduduk, urbanisasi, meningkatnya kemiskinan, selain faktor lain seperti rendahnya pemberantasan nyamuk vektor penyakit sejak dini. Program-program abatisasi atau penyemprotan biasanya dilakukan jika ada kasus DBD dan laporan populasi nyamuk *Aedes aegypti* dan *Aedes albopictus* sebagai vektor penyakit DBD yang masuk ke Dinas Kesehatan Kota atau Kabupaten setempat. Sehingga dalam pengendalian vektor DBD diperlukan suatu pemahaman tentang seluk beluk siklus hidup nyamuk *Aedes aegypti* sebagai vektor penyakit DBD termasuk kepadatan populasi vektor.

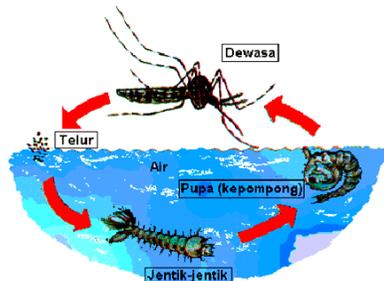
Berkaitan dengan hal di atas maka perlu dilakukan penelitian pertumbuhan populasi vektor. Penelitian pertumbuhan populasi nyamuk dapat dilakukan dengan survei larva melalui cara “*single larva method*” dan survei nyamuk (Pratomo & Rusdiyanto, 2003). Di sisi lain, matematika sebagai disiplin ilmu memperkenalkan beberapa pendekatan yang ditujukan untuk memberikan kontribusi pada bidang kesehatan masyarakat. Salah satu kontribusi tersebut adalah pada bidang penyakit DBD yang difokuskan untuk memprediksi jumlah populasi nyamuk dalam waktu tertentu. Pendekatan ini memanfaatkan model matematika, asumsi-asumsi dan data pengamatan kepadatan populasi nyamuk penular DBD. Oleh karena itu perlu pemodelan pertumbuhan populasi jentik nyamuk DBD dengan memodifikasi model pertumbuhan logistik yang merepresentasikan dua musim yang berbeda.

Penelitian ini bertujuan memperoleh model pertumbuhan populasi jentik nyamuk vektor DBD dengan memodifikasi model pertumbuhan logistik pada dua musim yang berbeda.

II. TINJAUAN PUSTAKA

II.1 Siklus Hidup Nyamuk Demam Berdarah Dengue

Nyamuk penular demam berdarah dengue (*Aedes aegypti*) dalam siklus hidupnya mengalami perubahan bentuk (metamorphose) sempurna yaitu dari telur, jentik (larva), kepompong (pupa) dan nyamuk dewasa (Gambar 1).



Gambar 1. Siklus hidup nyamuk penular DBD

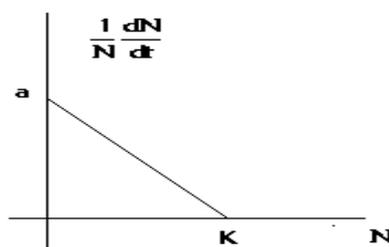
Siklus hidup rata-rata nyamuk *Aedes aegypti* adalah 10 hari, waktu yang cukup untuk pertumbuhan virus di dalam tubuhnya. Nyamuk betina bertelur tiga hari setelah mengisap darah, dan 24 jam setelah bertelur ia akan mengisap darah kembali dan bertelur. Setiap kali bertelur, nyamuk betina dapat mengeluarkan telur sebanyak 100 butir dan telur ini akan menetas menjadi jentik dalam waktu lebih kurang 2 hari setelah terendam air. Stadium jentik berlangsung 5-8 hari dan akan berkembang menjadi kepompong (pupa). Stadium kepompong berlangsung 1-2 hari, setelah itu akan menjadi nyamuk baru.

Nyamuk dewasa *Aedes Aegypti* sebagai vektor utama DBD cenderung menggigit orang dan beristirahat di dalam rumah atau bangunan. Habitat yang paling disukai oleh nyamuk ini adalah pada benda-benda yang menggantung berwarna gelap dengan intensitas cahaya rendah. Menurut beberapa penelitian antara lain Pratomo (1985), menyebutkan ciri kontainer yang lebih disukai nyamuk *Aedes* adalah berwarna gelap hitam atau coklat; bahan dari tanah liat, kayu, keramik, dan

kaleng bercat gelap yang berisi air jernih berasal dari sumur dan air hujan. Nyamuk ini menggigit orang pada pagi hari antara pukul 07.00 – 12.00 dan sore hari antara pukul 15.00 – 17.00. Tempat berkembang biak nyamuk *Aedes aegypti* adalah di air bersih, bening, tergenang, dan diam.

II.2 Model Pertumbuhan Logistik Klasik

Model pertumbuhan logistik menggambarkan proses pertumbuhan populasi yang dibatasi, dimana pertumbuhan dibatasi oleh beberapa gejala umpan balik, seperti penyakit, sumberdaya, kompetisi dan lain-lain. Populasi memiliki laju pertumbuhan rata-rata $\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}$ yang secara berangsur-angsur menurun secara linear. Untuk $N = 0$, $\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = a$ dan untuk $N = K$, $\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = 0$, dimana a konstan. Ini diilustrasikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Grafik Laju Pertumbuhan Populasi

Derivasi persamaan logistik dapat pula didekati dengan mengasumsikan bahwa laju pertumbuhan per kapita merupakan fungsi $f(N)$ dari kerapatan populasi N , dengan mengganti konstan a pada persamaan Malthus $dN/dt = aN$ dan diperoleh persamaan

$$\frac{dN}{dt} = f(N)N \quad 1)$$

Selanjutnya dipilih $f(N)$ sedemikian hingga $f(N) \cong a > 0$, sehingga jika N kecil, $f(N)$ turun jika N tumbuh semakin besar sehingga persaingan antar individu dalam populasi semakin meningkat dan $f(N) < 0$ jika N cukup besar. Fungsi sederhana yang diperoleh dari sifat-sifat ini adalah $f(N) = a - bN$, dimana $f(N)$ adalah fungsi linear dan konstanta b merupakan faktor penurunan proporsional. Dengan menggunakan fungsi pada persamaan (1), diperoleh persamaan Verhulst atau persamaan logistik;

$$\frac{dN}{dt} = a \left(1 - \frac{N}{K} \right) N, \quad 2)$$

dimana $K = a/b$. Nilai K merupakan batas dari pertumbuhan dimana populasi mulai tumbuh di bawah nilai ini, tidak melewati tetapi hanya mendekati nilai tersebut. K biasa juga disebut sebagai titik jenuh (*saturation level*). Dan nilai a disebut dengan istilah laju pertumbuhan instrinsik (*intrinsic growth rate*) adalah nilai yang menggambarkan daya-tumbuh suatu populasi. Dalam hal ini diasumsikan $a > 0$, yaitu mengingat setiap populasi memiliki potensi untuk berkembang biak. Jika $a < 0$ didapatkan solusi yang tidak stabil, yaitu tidak mengarah pada titik kesetimbangan tertentu (Boyce, 1992).

II.3 Solusi Persamaan Logistik Klasik

Solusi persamaan logistik (3) dapat diselesaikan dengan menggunakan metode pemisahan variabel. Dengan syarat $N \neq 0$ dan $N \neq K$. Persamaan (3) dapat ditulis dalam bentuk

$$\left(\frac{1}{N} + \frac{1/K}{1-N/K} \right) dN = a dt$$

Selanjutnya dengan mengintegrasikan kedua ruas $\int \left(\frac{1}{N} + \frac{1/K}{1-N/K} \right) dN = \int a dt$, diperoleh

$$\ln|N| - \ln|K - N| = at + C \tag{3}$$

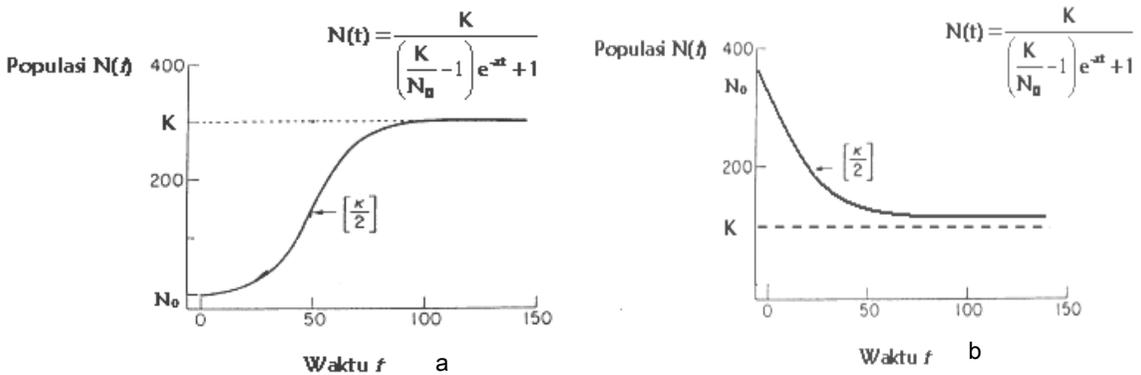
Persamaan (3) dapat disajikan sebagai:

$$N = \frac{K}{1 + (e^{-at})/C} \tag{4}$$

Jika ditambahkan syarat awal $N(0) = N_0$, maka diperoleh $C = N_0 / (K - N_0)$ dari persamaan (4), sehingga diperoleh solusi khusus persamaan diferensial ini, yaitu:

$$N = \frac{K}{\left(\frac{K}{N_0} - 1 \right) e^{-at} + 1} \tag{5}$$

Untuk $a > 0$ berlaku $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = K$, sehingga grafik dari (5) mempunyai asimtot mendatar $N(t) = K$ (Gambar 3)

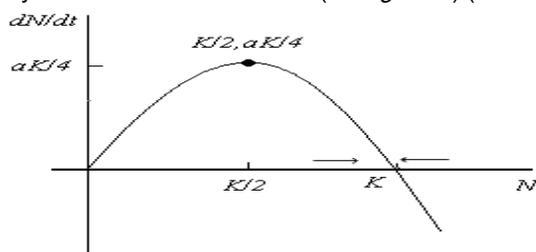


Gambar 3. a) Grafik Pertumbuhan Fungsi Logistik Naik, b) Grafik Pertumbuhan Fungsi Logistik Menurun

Gambar 3 a) di atas merupakan grafik fungsi logistik dengan titik-titik keseimbangan pada $N_t = N(0)$ dan $N_t = K$, yang memiliki titik belok (*inflection point*) pada $N = K/2$. Grafik fungsi ini merupakan fungsi monoton naik yang memberikan penafsiran bahwa populasi akan terus bertambah dan tidak pernah berkurang. Untuk $K < N_0, a > 0$ grafik solusinya diilustrasikan pada Gambar 3 b);

Grafik fungsi ini adalah fungsi monoton turun yang menggambarkan bahwa jumlah populasi akan terus berkurang dan tidak akan pernah bertambah. Menurut Purnomo (2000), model

pertumbuhan logistik mengasumsikan bahwa pada masa tertentu jumlah populasi akan mendekati titik kesetimbangan (*equilibrium*) yang mana pada titik ini jumlah kematian dan kelahiran dianggap sama, sehingga grafiknya akan mendekati konstan (*zero growth*) (Gambar 5).



Gambar 5. Grafik dN/dt vs. N untuk $dN/dt = a(1 - N/K)N$

Grafik pada gambar (5) berbentuk parabola yang melalui titik-titik koordinat $(0,0)$, $(K,0)$ dan $(K/2, aK/4)$. Dari grafik terlihat bahwa $0 < N < K$ berlaku $dN/dt > 0$ yang berarti N_t fungsi naik pada selang tersebut. Demikian pula, jika $N > K$ maka berlaku $dN/dt < 0$ yaitu berarti N_t fungsi turun. Jika $N = 0$ atau $N = K$, maka $dN/dt = 0$ dan $N(t)$ tidak berubah sehingga titik $N = 0$ dan $N = K$ pada sumbu N disebut titik equilibrium atau titik kritis.

II.4 Model Modifikasi Pertumbuhan Logistik

Menurut Purnomo (2000), untuk memodifikasi model pertumbuhan logistik perlu digunakan asumsi baru yaitu fungsi pertumbuhan populasi dipandang sebagai fungsi sepotong-sepotong yang pada selang waktu tertentu didefinisikan dalam bentuk fungsi-fungsi pertumbuhan sebelumnya.

Misalkan $N(t)$ adalah fungsi yang menyatakan jumlah suatu populasi saat t dan untuk $i = 1, 2, 3, \dots$ berlaku $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_{i-1} \leq t_i \leq \dots$. Diasumsikan bahwa:

1. Laju pertumbuhan intrinsik dari populasi tersebut adalah $a > 0$ (a konstan)
2. Setiap selang waktu t tertentu ditetapkan nilai kesetimbangan yang baru sebagai jumlah populasi maksimum/minimum untuk selang waktu tersebut. Dalam hal ini ditetapkan nilai kesetimbangan K_i untuk $t_{i-1} \leq t \leq t_i$.
3. selang $t_{i-1} \leq t \leq t_i$, laju pertumbuhan $\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}$ menurun secara linear dan bernilai 0 saat $N = K_i$.
4. Untuk menjamin kekontinuan fungsi pertumbuhannya, diasumsikan juga $N_i = N(t_i)$.

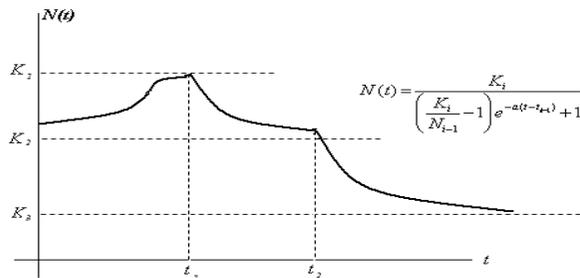
Berdasarkan asumsi di atas, diperoleh model pertumbuhan populasi dengan persamaan logistik yang dimodifikasi pada selang waktu $t_{i-1} \leq t \leq t_i$, yaitu:

$$\frac{dN}{dt} = aN \left(1 - \frac{N}{K_i} \right) \quad 6)$$

Jika ditambahkan syarat awal $N(t_{i-1}) = N_{i-1}$, maka diperoleh solusi khusus persamaan diferensial ini pada selang waktu $t_{i-1} \leq t \leq t_i$, yaitu:

$$N(t) = \frac{K_i}{\left(\frac{K_i}{N_{i-1}} - 1 \right) e^{-a(t-t_{i-1})} + 1} \quad 7)$$

Grafik fungsi untuk solusi persamaan di atas yang mungkin terjadi, diilustrasikan pada Gambar 6.



Gambar 6. Grafik Solusi Model Pertumbuhan Logistik yang Dimodifikasi

Bentuk $N(t)$ pada gambar (6) secara geometrik merupakan fungsi sepotong-sepotong yang grafiknya mirip dengan grafik $N(t)$ untuk kasus $K > 0, a > 0$ atau kasus $K < 0, a > 0$ pada model pertumbuhan logistik sebelumnya. (Purnomo, 2000)

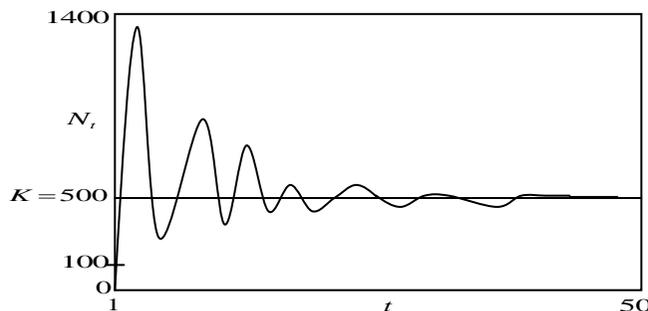
Pertumbuhan populasi makhluk hidup dalam perkembangbiakannya mengikuti musim dan keadaan lingkungan tertentu sehingga penambahan individu akan mempengaruhi pertumbuhan setelah beberapa waktu. Dalam hubungan ini, bisa dikembangkan suatu persamaan yang bentuk diskrit, sehingga: $N_{t+1}/N_t = \lambda$, $\Delta N_{t+1} = N_{t+1} - N_t$. Karena $N_{t+1} = \lambda N_t$, maka $\Delta N_{t+1} = (\lambda - 1)N_t$, maka persamaan logistik klasik, $dN/dt = aN(1 - N/K)$, akan dimodifikasi menjadi persamaan logistik diskrit. Dalam persamaan diskrit dt adalah setiap satu selang waktu, $dt = 1$, dan dN adalah ΔN_t , yaitu pertambahan populasi dari waktu t ke $t + 1$, sehingga persamaan logistik kontinu dapat ditulis dalam bentuk diskrit dengan $e^{at} = \lambda$, maka

$$N_{t+1} = N_t \frac{\lambda}{1 + N_t(\lambda - 1)/K} \tag{8}$$

Untuk memasukkan senjang waktu L ke dalam persamaan (8) dimana pertumbuhan populasi pada saat t dipengaruhi laju pertumbuhan λ pada saat $t - L$, maka menjadi fungsi N_{t-L} menjadi

$$N_{t+1} = N_{(t-L)} \frac{\lambda}{1 + (\lambda - 1)N_{(t-L)}/K} \tag{9}$$

Kurva model logistik dengan senjang waktu L ; dengan $L = 1, N(1) = 100, K=500, a = 1,5, t = 1...50$ diilustrasikan pada Gambar 7 berikut.



Gambar 7. Kurva Model Logistik dengan Senjang Waktu

Kurva model logistik dengan senjang waktu pada gambar 7 mengalami proses peningkatan kemudian penurunan kembali jumlah populasinya dan akhirnya bergerak mendekati titik jenuh yang dipengaruhi daya dukung lingkungan. Daya dukung (*carrying capacity*) merupakan pembatasan terhadap potensi biotik suatu populasi yang berlaku pada ukuran populasi tertentu oleh perlawanan lingkungan dari sederetan kondisi tertentu. Biasanya disebabkan oleh habisnya pakan dan ruang. (Wirakusumah, 2003)

III. METODE PENELITIAN

Adapun metode yang akan digunakan dalam menyelesaikan penelitian ini adalah metode pengumpulan data dari instansi yang terkait dan metode kepustakaan (*Library Research*).

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Nyamuk *Aedes aegypti* sebagai vektor penular DBD dalam siklus hidupnya berkembang biak dengan metamorfose sempurna. Populasi nyamuk ini cenderung meningkat pada musim hujan, walaupun tidak menutup kemungkinan juga akan meningkat pada musim kemarau atau peralihan musim, terutama dari musim kemarau ke musim penghujan tergantung dari intensitas curah hujan, suhu, dan perubahan lingkungan. Sehingga laju pertumbuhannya tergantung terhadap waktu. Untuk mendekati laju pertumbuhan nyamuk *Aedes aegypti* persamaan logistik klasik akan dikembangkan dan dimodifikasi.

Modifikasi persamaan logistik sebagai berikut, laju pertumbuhan dan titik jenuh dianggap tidak lagi konstan melainkan sebagai fungsi terhadap waktu, yaitu $a = a(t)$ dan $K = K(t)$. Dengan demikian persamaan logistik yang dimodifikasi untuk kasus $a(t) = a_0$ yang konstan tetapi $K = K(t)$, persamaan adalah

$$\frac{dN}{dt} = a_0 \left[1 - \frac{N}{K(t)} \right] N \quad (10)$$

Ini berarti bahwa laju pertumbuhan $\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}$ konstan, tetapi titik jenuh yang disebabkan oleh daya dukung lingkungan merupakan fungsi terhadap waktu. Jika menggunakan ekspansi fraksi parsial untuk persamaan (10) dipeproleh

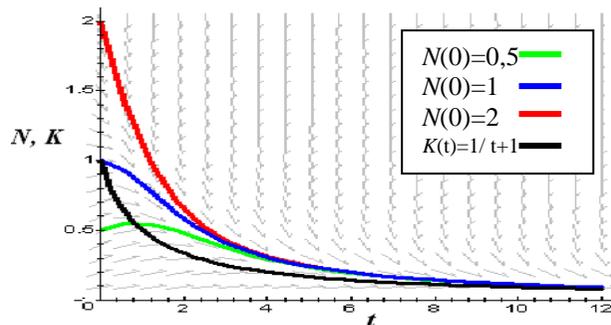
$$N = \frac{1}{e^{(-a_0 t)} \left(a_0 \int \frac{e^{(a_0 t)}}{K(t)} dt + C \right)} \quad (11)$$

Jika ditambahkan syarat awal $N(0) = N_0$, maka solusi khusus persamaan (11) maka;

$$, u = 0 \dots t \quad (12)$$

$$N(t) = \frac{1}{e^{(-a_0 t)} \left(a_0 \int_0^t \frac{e^{(a_0 u)}}{K(u)} du + \frac{1}{N_0} \right)}$$

Dengan mengambil nilai-nilai $M(0) = 0.5$, $M(0) = 1$, $M(0) = 2$, $a = 0,5$, $t = 12$ dan $K(t) = \frac{1}{t+1}$, diperoleh grafik pertumbuhan populasi dengan persamaan (12) (Gambar 8).



Gambar 8. Grafik Pertumbuhan Populasi untuk Kasus $a(t) = a_0$ dan $K = K(t)$

Pola laju pertumbuhan populasi untuk nilai awal yang diberikan, misalnya $N(0) = 0.5$ pertumbuhan populasi dimulai di bawah nilai K , kemudian tumbuh melebihi $K(t)$ dan pada t yang besar menuju ke $K(t)$. Hal ini tidak terjadi pada kasus a dan K konstan. Peristiwa $N(t)$ memotong $K(t)$ ini disebabkan karena laju pertumbuhan (intrinsik) a lebih dominan dibanding $K(t)$. Sedangkan untuk kondisi awal $N(0) = K(0) = 1$ dinamika populasinya secara landai menurun dan menuju $K(t)$ untuk t membesar tanpa pernah berpotongan. Hal yang sama terjadi untuk $N(0) = 2$, tetapi dinamika populasinya menurun secara tajam di waktu-waktu awal. Hal ini menunjukkan untuk sebarang nilai awal yang diberikan, kurva laju pertumbuhan turun dan akan mendekati titik jenuhnya yang merupakan asimtot batas pertumbuhan dari populasi.

Sedangkan untuk kasus $a = a(t)$ dan $K(t) = K_0$ yang konstan, persamaan (10) menjadi;

$$\frac{dN}{dt} = a(t) \left[1 - \frac{N}{K_0} \right] N \tag{13}$$

Ini berarti bahwa laju pertumbuhan instrinsik merupakan fungsi terhadap waktu dan titik jenuh yang dipengaruhi daya dukung lingkungan konstan. Sehingga daya tumbuh populasi nyamuk *Aedes* untuk berkembang biak pada masa tertentu kemungkinan berubah sesuai dengan kemampuan lingkungan tersebut dalam mendukung populasi.

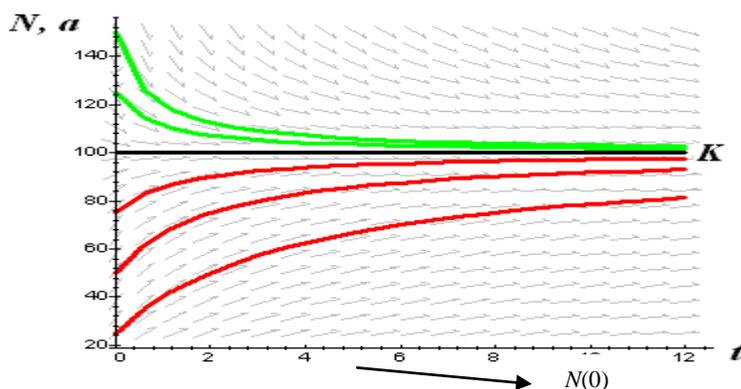
Solusi persamaan logistik modifikasi (13) dapat diselesaikan dengan menggunakan metode pemisahan variabel. Dengan syarat $N \neq 0$ dan $N \neq K_0$, diperoleh

$$N(t) = \frac{K_0}{1 + \left[\frac{e^{-\int a(t) dt}}{C} \right]} \tag{14}$$

Jika ditambahkan syarat awal $N(0) = N_0$, maka solusi khusus persamaan (14) adalah;

$$N(t) = \frac{K_0}{1 + e^{\left(-\int_0^t a(u) du \right)} \left(\frac{K_0}{N_0} - 1 \right)} , u = 0 \dots t \tag{15}$$

Grafik pertumbuhan persamaan (15) yang diilustrasikan pada Gambar 9.



Gambar 9. Grafik Model Pertumbuhan Logistik dengan $a = a(t)$ dan $K(t) = K_0$

Gambar (9) menampilkan grafik dari simulasi pertumbuhan logistik memperlihatkan perilaku pertumbuhan logistik yang akan mendekati titik jenuh K dengan nilai-nilai $N(0) = 25, N(0) = 50, N(0) = 75, N(0) = 150, N(0) = 125, a(t) = 1/t + 1, t = 12$ dan $K_0 = 100$.

Jika $N < K$ maka laju pertumbuhannya merupakan fungsi naik sedangkan untuk $N > K$ maka laju pertumbuhannya adalah fungsi turun yang keduanya akan mendekati titik jenuh. Pada kondisi ini jumlah populasi nyamuk akan mendekati konstan. Pada model pertumbuhan nyamuk *Aedes* untuk kasus $a = a(t)$ dan $K(t) = K_0$ yang konstan, laju pertumbuhannya menyerupai untuk kasus a dan K konstan. Hal ini memberikan gambaran bahwa jumlah populasi nyamuk akan relatif konstan dalam jangka waktu yang lama.

Untuk mengetahui tingkat kerapatan populasi jentik nyamuk, dapat dilihat pada *Container Index* (persentase container positif terdapatnya jentik nyamuk *Aedes aegypti*), *House Index* (persentase rumah yang didalamnya terdapat jentik nyamuk *Aedes aegypti*) dan *Bretau Index*. Pada pembahasan hasil penelitian ini digunakan data *Bretau Index* sebagai gambaran model pertumbuhan populasi jentik nyamuk dengan menggunakan persamaan logistik modifikasi. *Bretau Index* yaitu jumlah tempat perindukan positif jentik nyamuk *Aedes aegypti* pada 100 rumah. Pengumpulan data jentik (survei jentik) dilakukan dengan cara "single larva method". Pemeriksaan keberadaan jentik dilakukan terhadap semua container yang berisi air di dalam dan luar rumah. Jika positif terdapat jentik, cukup diambil satu jentik untuk diidentifikasi.

Data pengamatan populasi jentik nyamuk merupakan data diskrit karena diukur setiap bulannya. Data ini menunjukkan terjadinya fluktuasi jumlah populasi nyamuk yang dipengaruhi oleh musim dan keadaan lingkungan di lokasi tempat penelitian. Dalam hubungan ini, dilakukan pendekatan terhadap data diskrit sehingga $N(t)$ kontinu merupakan fungsi pendekatan terhadap data populasi jentik nyamuk.

Fungsi Pendekatan kerapatan jumlah populasi jentik nyamuk (N) berdasarkan waktu (t):

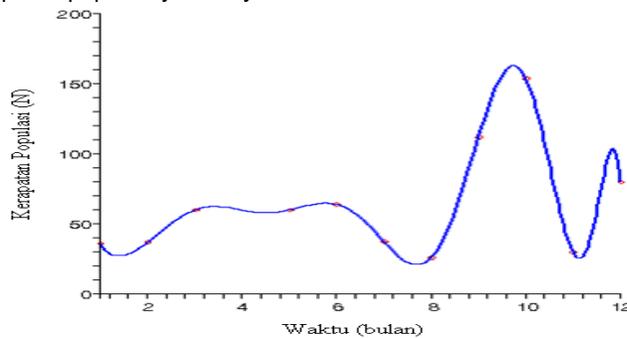
$$N(t) = 414,8007032 - 1114,76094549244044 t + 1430,36366315403302 t^2 - 1095,83240134243510 t^3 + 548,068059512128570 t^4$$

$$\begin{aligned}
 & - 180,384981529453114t^5 + 38,5001383019795328t^6 & (16) \\
 & - 5,12306490562839923t^7 + 0,377899945810651172t^8 \\
 & - 0,00786930226420540746t^9 - 0,000937426264666791516t^{10} \\
 & + 0,0000732521828622826037t^{11} - 0,00000161963676525534336t^{12}
 \end{aligned}$$

Jika persamaan (19) diturunkan, maka persamaannya menjadi:

$$\begin{aligned}
 N'(t) = & -1114,76094549244044 + 2860,727326t - 3287,497203t^2 \\
 & + 2192,272238t^3 - 901,9249075t^4 + 231,0008298t^5 & (17) \\
 & - 35,86145434t^6 + 3.023199566t^7 - 0,07082372038t^8 \\
 & - 0,009374262647t^9 + 0,0008057740115t^{10} - 0,00001943564118t^{11}
 \end{aligned}$$

Kurva hubungan kerapatan populasi jentik Nyamuk dan waktu t :



Gambar 10. Kurva hubungan Kerapatan Populasi Nyamuk dan waktu t

Berdasarkan Gambar 10 di atas terdapat kenaikan jumlah populasi nyamuk yang cukup signifikan pada saat $t = 9$ yang dianggap mewakili musim kemarau dibanding dengan pada saat $t = 3$ yang dianggap mewakili musim penghujan. Peningkatan populasi jentik nyamuk *Aedes aegypti* diduga erat hubungannya dengan musim dan keadaan lingkungan pada waktu itu. Meskipun, hujan dapat menyebabkan kenaikan kelembaban udara dan menambah tempat perindukan, tetapi jika turunnya hujan dalam sebulan cukup banyak maka container akan berpeluang besar untuk selalu penuh dan berganti air baru. Pergantian air yang relatif sering menyebabkan sebagian atau seluruh telur *Aedes aegypti* akan tumpah ke tanah dan tidak menetas. Keadaan seperti itulah yang memungkinkan populasi larva dan nyamuk dewasa *Aedes aegypti* dalam jumlah yang relatif rendah pada musim hujan dibandingkan bulan ke-9.

Sedangkan pada musim kemarau dan terdapat curah hujan yang cukup walaupun relatif sedikit dapat menyebabkan besarnya peluang container untuk menampung air tanpa tumpah dalam waktu relatif panjang. Telur *Aedes aegypti* akan menetas menjadi larva dalam waktu kira-kira 2 hari. Larva itu akan menjadi nyamuk setelah melalui kepompong/pupa dalam waktu berkisar 5–8 hari. Sehingga telur akan menjadi nyamuk setelah 7 hari atau lebih di dalam kontainer berair. Dengan demikian peluang peningkatan populasi larva dan nyamuk dewasa dalam musim kemarau bisa lebih tinggi daripada di musim penghujan. Selain itu, faktor yang mempengaruhi menurunnya daya

tumbuh populasi jentik adalah tindakan antisipasi masyarakat, misalnya pengurusan container setiap minggu akan memutuskan siklus perkembangbiakan jentik, program abatisasi, penyemprotan dan gerakan 3M (menutup, mengubur, menguras) tempat-tempat yang memungkinkan perkembangan nyamuk akan menyebabkan populasi nyamuk menurun.

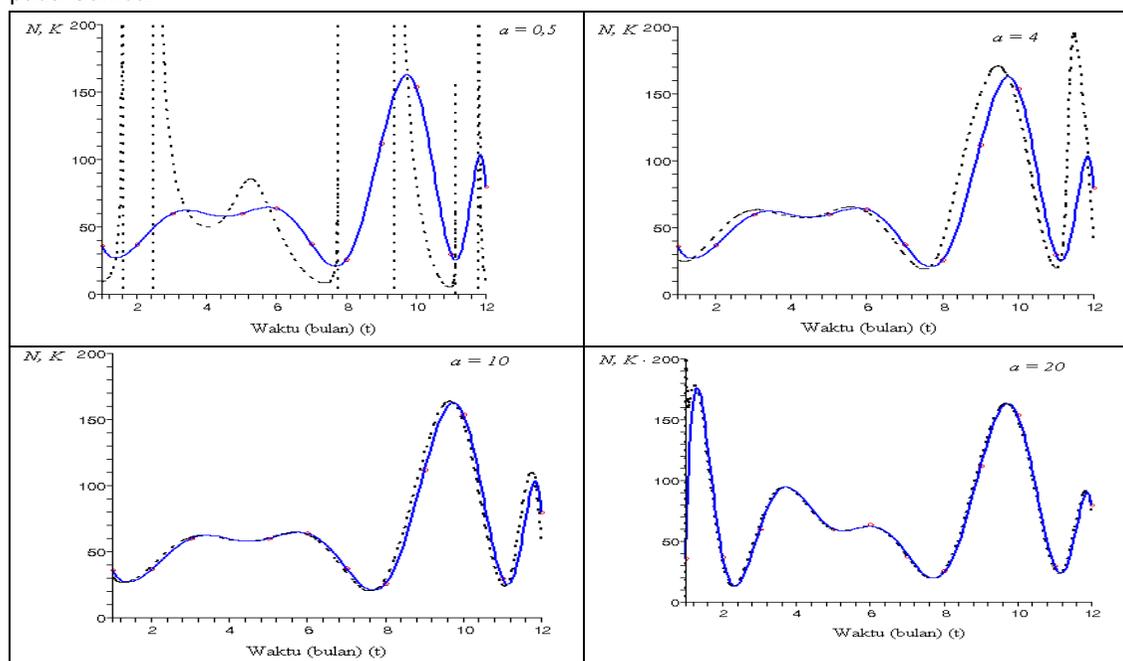
Untuk memperoleh titik jenuh $K(t)$, persamaan logistik modifikasi dapat diuraikan sebagai berikut:

$$K(t) = \frac{aN^2}{aN - \frac{dN}{dt}} \quad (18)$$

Dimana: N = Polinom pendekatan terhadap data
 a = Daya berkembang biak yang dianggap konstan.
 $K(t)$ = Titik Jenuh yang tergantung terhadap waktu.

Pada kondisi ini, titik jenuh $K(t)$ dapat diketahui asalkan nilai a diketahui. Laju pertumbuhan intrinsik a yaitu nilai yang menggambarkan daya berkembang biak suatu populasi dianggap konstan. Pada dasarnya setiap individu di suatu daerah memiliki kemampuan berkembang biak yang relatif sama sehingga laju pertumbuhan instrinsiknya konstan. Faktor yang mempengaruhi kerapatan suatu populasi dari waktu ke waktu adalah keadaan lingkungannya untuk mendukung pertumbuhan populasi.

Titik jenuh (18) dan kerapatan populasi jentik nyamuk *Aedes aegypti* (17) dengan menggunakan persamaan logistik modifikasi untuk berbagai nilai a disajikan dalam bentuk kurva pada Gambar 11.



Gambar 11. Kurva hubungan Kerapatan Populasi Jentik Nyamuk N dan Titik Jenuh K terhadap waktu dengan Berbagai Nilai a

Berdasarkan gambar 11 di atas, semakin besar nilai a yang diberikan maka kerapatan populasi jentik nyamuk *Aedes aegypti* $N(t)$ semakin mendekati titik jenuh $K(t)$. Kerapatan populasi jentik nyamuk *Aedes aegypti* akan berfluktuasi dengan cepat mendekati titik jenuh $K(t)$. Sebaliknya, semakin kecil nilai a maka kerapatan populasinya lambat dalam mendekati titik jenuh $K(t)$.

V. KESIMPULAN

Modifikasi terhadap persamaan logistik klasik $\frac{dN}{dt} = aN \left[1 - \frac{N}{K} \right]$ dapat dilakukan dengan menggantikan a dan K yang semula konstan menjadi fungsi terhadap waktu, yaitu $a = a(t)$ dan $K = K(t)$. Untuk a dan K keduanya fungsi terhadap waktu, solusi eksplisit persamaan logistik modifikasi ini belum diperoleh. Namun demikian, bila salah satu a atau K konstan solusi eksplisitnya telah diperoleh yaitu

$$N(t) = \frac{1}{e^{(-a_0 t)} \left(a_0 \int_0^t \frac{e^{(a_0 u)}}{K(u)} du + \frac{1}{N_0} \right)}, \quad u = 0 \dots t \quad \text{untuk } a \text{ konstan dan } K = K(t)$$

Dan

$$N(t) = \frac{K_0}{1 + e^{\left(-\int_0^t a(u) du \right)} \left(\frac{K_0}{N_0} - 1 \right)}, \quad u = 0 \dots t \quad \text{untuk } K \text{ konstan dan } a = a(t)$$

Dalam aplikasinya sebagai model pertumbuhan populasi jentik nyamuk vektor Demam Berdarah Dengue (DBD) *Aedes aegypti* pada dua musim yang berbeda (kemarau dan penghujan), modifikasi persamaan logistik klasik dilakukan dengan menyatakan titik jenuh sebagai fungsi terhadap waktu, yaitu $K = K(t)$, sedangkan laju pertumbuhan intrinsik a yaitu nilai yang menggambarkan daya berkembang biak suatu populasi dianggap konstan. Selanjutnya, kerapatan populasi $N(t)$ (persamaan 19) sebagai polinom pendekatan terhadap data menggambarkan model pertumbuhan populasi jentik nyamuk.

Kurva hubungan titik jenuh dan kerapatan populasi jentik nyamuk *Aedes aegypti* dengan menggunakan persamaan logistik modifikasi untuk berbagai nilai a menunjukkan bahwa daya berkembang biak yang tinggi (nilai a yang besar) menyebabkan kerapatan populasi jentik nyamuk *Aedes aegypti* akan berfluktuasi dengan cepat mendekati titik jenuh yang dipengaruhi oleh daya dukung lingkungan.

VI. PENELITIAN LANJUTAN

Pada penelitian ini, modifikasi persamaan logistik untuk mendekati laju pertumbuhan populasi nyamuk *Aedes aegypti* hanya dilakukan dengan meninjau titik jenuh sebagai fungsi terhadap waktu, yaitu $K = K(t)$, sedangkan laju pertumbuhan intrinsik a dianggap konstan. Untuk modifikasi persamaan logistik dengan menyatakan laju pertumbuhan dan titik jenuh sebagai fungsi terhadap waktu, yaitu $a = a(t)$ dan $K = K(t)$ (persamaan 12), solusi analitiknya belum diperoleh. Olehnya itu, pada penelitian selanjutnya perlu dicari solusi secara numerik persamaan 12) dan

diharapkan dilakukan analisis model berdasarkan persamaan logistik modifikasi. Selain itu, dikembangkan juga model pertumbuhan populasi yang lebih kompleks dengan data kepadatan populasi nyamuk (*House Density Index*).

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Peneliti mengucapkan terima kasih kepada Dinas Kesehatan Kota Kendari atas data dan informasi epidemiologi yang sangat mendukung terlaksananya penelitian ini. Peneliti juga mengucapkan terima kasih kepada Dr. Edi Cahyono, atas supervisi yang diberikan dalam menyelesaikan penelitian ini.

VIII. DAFTAR PUSTAKA

1. Brataco Chemica, 2004, *Siklus Nyamuk Aedes Aegypti*, 14 April : 2 hlm. www.bratachem.com/abate/siklus.htm, 14 April 2004.
2. Boyce, E.W. and Diprima, R.C., 1992, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, John Wiley & Sons Inc., New York.
3. Gandahusada, S., Herry, I.H., dan Pribadi, W., 2000, *Parasitologi Kedokteran* (ed. 3), Penerbit Fakultas Kedokteran Indonesia, Jakarta.
4. Pratomo, H. dan Rusdiyanto, E., 2003, *Studi Populasi Nyamuk Demam Berdarah Dengue (DBD) di Kelurahan Widodomertani, Yogyakarta*, http://pk.ut.ac.id/jmst/jurnal_2003.2/hurip%20pratomo/studi_populasi_nyamuk_DBD.HTM. 19 Maret 2006.
5. Purnomo, K.D., 2000, *Model Pertumbuhan Populasi dengan Memodifikasi Model Pertumbuhan Logistik*, *Majalah Matematika dan Statistika Universitas Jember*, Vol(1) : 21-29.
6. Selamihardja, N., 1998, *Lagi-lagi Ulah Aedes Aegypti*, www.Indomedia.com/intisari/1998/mei/mei98.html. 21 Desember 2006.
7. Tarumingkeng, R.C., 1994, *Dinamika Populasi: Kajian Ekologi Kuantitatif*, Pustaka Sinar Harapan, Jakarta.
8. Wirakusumah, S., 2003, *Dasar-dasar Ekologi Menopang Pengetahuan Ilmu-ilmu Lingkungan*, Universitas Indonesia Press, Jakarta.