

KENDALI OPTIMAL MODEL PENYEBARAN PENYAKIT *BLOOD DISEASE BACTERIUM* (BDB) PADA TANAMAN PISANG KEPOK DENGAN INOKULASI BAKTERI ENDOFIT

N. Islami¹, R. Ratianingsih², dan N. Nacong³

^{1,2,3} Program Studi Matematika Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Tadulako

Jalan Sukarno-Hatta Km. 9 Palu 94118, Indonesia

¹nurulislami3301@gmail.com, ²ratianingsih@yahoo.com, ³nasrianacong@gmail.com

ABSTRACT

Banana plants are the most widely grown plants in Indonesia. In its growth period, banana plants can experience an attack of the disease Blood Disease Bacterium (BDB) caused by *Ralstonia solanacearum* Phylotype IV which is the main cause of the loss of banana yield in Indonesia. BDB can cause plant death and crop failure. To represent this phenomenon a mathematical model was developed to represent the spread BDB of Kepok banana plants by inoculating endophytic bacteria. Adapted 2 SEI epidemic models for banana and SI plant populations for the insect population *trigona* spp. The SEI model of banana population is divided into 3 subclasses, namely the BDB susceptible population class (S_h), exposed population class (E_h), and population class infected with BDB disease (I_h). It was also observed the class of banana population that received treatment (S_t). This group was a class of banana population that was given endophytic bacteria. The SI model was adapted for the insect population *trigona* spp. which are grouped into 2 subclasses, namely the vulnerable population class to infect BDB (S_v), and the population class is ready to infect BDB (I_v). Analysis of the stability of the model is carried out at a critical point then an optimal control of the spread of BDB disease through inoculation of endophytic bacteria is carried out. Controlling the rate of suppression of BDB transmission in bananas is done by keep the β parameters (isolates of endophytic bacteria inoculated into banana plants) for the purpose of reducing the incidence of BDB in banana plants. The simulation are carried out for optimal control design, using the principle of minimum Pontryagin, optimal solutions are obtained which show that controlling BDB disease with endophytic bacterial inoculation is said to be successful because it can reduce the number of infected banana plant populations.

Keywords : BDB Disease, Endophytic bacteri, Inoculation, *Ralstonia Solanacearum* Phylotype IV , *Trigona* spp., The Minimum Principle of Pontryagin.

ABSTRAK

Tanaman pisang merupakan tanaman yang paling banyak tumbuh di Indonesia. Dalam masa pertumbuhannya tanaman pisang dapat mengalami serangan penyakit *Blood Disease Bacterium* (BDB) yang disebabkan oleh *Ralstonia solanacearum* Phylotype IV yang merupakan penyebab utama kehilangan hasil pisang di Indonesia. BDB dapat menyebabkan kematian tanaman dan kegagalan panen. Untuk merepresentasikan fenomena tersebut dibangun model matematika penyebaran penyakit BDB pada tanaman pisang kepok dengan inokulasi bakteri endofit, yang diadaptasi 2 model epidemik SEI untuk populasi pisang dan SI untuk populasi serangga. Model SEI populasi pisang dibagi menjadi 3 subkelas yaitu kelas populasi rentan penyakit BDB (S_h), kelas populasi exposed

(E_h), dan kelas populasi terinfeksi penyakit BDB (I_h). Diamati pula kelas populasi pisang yang memperoleh treatment (S_t) kelompok ini merupakan kelas populasi pisang yang diberi bakteri endofit. Model SI diadaptasi untuk populasi serangga vektor *trigona spp.* yang dikelompokkan menjadi 2 subkelas, yaitu kelas populasi rentan menginfeksi penyakit BDB (S_v), dan kelas populasi siap menginfeksi penyakit BDB (I_v). Analisa kestabilan model dilakukan dititik kritis kemudian dilakukan pengendalian optimal penyebaran penyakit BDB melalui inokulasi bakteri endofit. Pengendalian laju penekanan penularan penyakit BDB pada pisang dilakukan dengan mengontrol parameter β (Isolat bakteri endofit yang di inokulasi ke tanaman pisang) untuk tujuan menekan laju kejadian penyakit BDB pada tanaman pisang. Hasil simulasi dilakukan dengan desain kendali optimal, menggunakan prinsip minimum pontryagin, diperoleh solusi optimal yang memperlihatkan bahwa pengendalian penyakit BDB dengan inokulasi bakteri endofit dikatakan berhasil karena dapat menekan banyaknya populasi tanaman pisang yang terinfeksi

Kata kunci : Penyakit BDB, *Ralstonia Solanacearum* Phylotype IV , *Trigona spp.*, Bakteri Endofit, Inokulasi, Prinsip Minimum Pontryagin.

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Tanaman pisang merupakan tanaman yang paling banyak tumbuh di Indonesia. Pisang termasuk sebagai komoditas buah yang sangat potensial dalam menunjang ketahanan pangan untuk memenuhi kebutuhan konsumsi masyarakat. Dalam masa pertumbuhannya tanaman pisang dapat mengalami serangan penyakit BDB yang disebabkan oleh *Ralstonia solanacearum* Phylotype IV yang merupakan penyebab utama kehilangan hasil pisang di Indonesia. Bakteri ini bersifat mematikan dan menginfeksi jaringan pembuluh secara sistemik. Luasnya perkembangan dan penyebaran penyakit BDB disebabkan oleh serangga *Trigona spp.* Penelitian yang dilakukan oleh Mairawita *et al.* membahas pemanfaatan bakteri endofit untuk menekan laju penularan penyakit BDB pada pisang kepok. Bakteri endofit merupakan bakteri yang hidup didalam jaringan tanaman pisang tanpa merugikan bahkan memberikan banyak manfaat bagi tanaman inangnya. Metode inokulasi BDB terhadap kemampuan antagonis bakteri endofit terjadi karena metode inokulasi pada tanaman pisang mempengaruhi fase patogenesis yang dilalui patogen, sehingga berpengaruh terhadap kemampuan antagonis bakteri endofit dalam menekan munculnya gejala dan kejadian penyakit BDB.

1.2. Tujuan

Mendapatkan model matematika yang mempresentasikan penyebaran penyakit BDB pada tanaman pisang kepok dengan inokulasi bakteri endofit dan menganalisis kestabilan model serta bagaimana kendali optimal penyebaran penyakit BDB pada tanaman pisang kepok dengan inokulasi bakteri endofit. Metode yang dilakukan dalam penelitian ini.

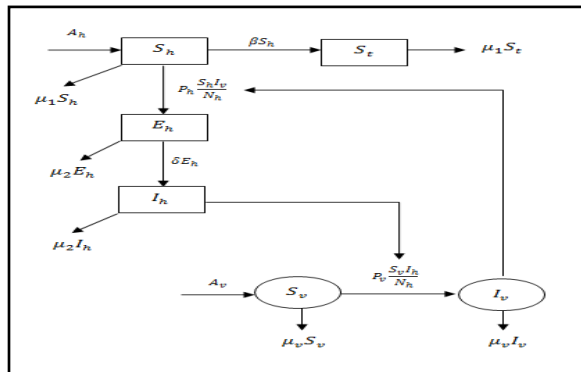
II. METODE PENELITIAN

Metode penelitian ini menggunakan penelusuran literatur dengan menelaah artikel dan jurnal ilmiah terkait penyakit BDB pada tanaman pisang kepok dengan inokulasi bakteri endofit dengan Membangun model penyebaran penyakit BDB pada tanaman pisang kepok dengan inokulasi bakteri endofit kemudian mencari titik kritis dan mendapatkan kestabilan lalu menyelesaikan bentuk kendali optimal model penyebaran penyakit BDB pada tanaman pisang kepok dengan inokulasi bakteri endofit dengan metoda Minimum *Pontryagin*.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Kontruksi Model Matematika

Model penyebaran penyakit BDB pada tanaman pisang kepok dengan inokulasi bakteri endofit diadaptasi dari model epidemik SEI untuk kelompok populasi tanaman pisang dan model SI untuk kelompok populasi vektor serangga. Model SEI populasi terdiri atas 3 subkelas yaitu kelas populasi tanaman pisang rentan penyakit BDB (S_h), kelas populasi tanaman pisang exposed (E_h), dan kelas populasi tanaman pisang terinfeksi penyakit BDB (I_h). Diamati pula kelas populasi tanaman pisang yang memperoleh treatment (S_t) sebagai kelas populasi tanaman pisang yang diberi bakteri endofit. Model SI terdiri atas serangga *trigona spp.* yang dikelompokkan menjadi 2 subkelas, yaitu kelas populasi serangga rentan (S_v), dan kelas populasi serangga siap menginfeksi penyakit BDB (I_v). Skema pertumbuhan, kematian, dan interaksi antar masing-masing subpopulasi yang menggambarkan penyebaran penyakit BDB pada tanaman pisang kepok dengan inokulasi bakteri endofit.



Gambar 1 : Skema Penyebaran Penyakit BDB Pada Tanaman Pisang Kepok Dengan Inokulasi Bakteri Endofit

Interaksi antara kelompok-kelompok populasi tanaman pisang dan serangga *trigona spp* dirumuskan pada sistem persamaan diferensial (SPD) berikut :

$$\frac{dS_h}{dt} = F_1(S_h, S_t, E_h, I_h, S_v, I_v) = A_h - \mu_1 S_h - P_h \frac{S_h I_v}{N_h} - \beta S_h$$

$$\frac{dS_t}{dt} = F_2(S_h, S_t, E_h, I_h, S_v, I_v) = \beta S_h - \mu_1 S_t$$

$$\begin{aligned}\frac{dE_h}{dt} &= F_3(S_h, S_t, E_h, I_h, S_v, I_v) = P_h \frac{S_h I_v}{N_h} - \mu_2 E_h - \delta E_h \\ \frac{dI_h}{dt} &= F_4(S_h, S_t, E_h, I_h, S_v, I_v) = \delta E_h - \mu_2 I_h \\ \frac{dS_v}{dt} &= F_5(S_h, S_t, E_h, I_h, S_v, I_v) = A_v - \mu_v S_v - P_v \frac{S_v I_h}{N_h} \\ \frac{dI_v}{dt} &= F_6(S_h, S_t, E_h, I_h, S_v, I_v) = P_v \frac{S_v I_h}{N_h} - \mu_v I_v\end{aligned}$$

Titik kritis model yang dibangun diperoleh dengan meninjau SPD pada keadaan stagnan, sehingga diperoleh dua titik kritis yaitu titik kritis bebas penyakit $T_1 = (\frac{A_v}{\mu_1 + \beta}, \frac{\beta A_h}{\mu_1(\mu_1 + \beta)}, 0, 0, \frac{A_v}{\mu_v},$

0) Titik kritis T_1 merepresentasikan kondisi bebas penyakit. Eksistensi titik kritis T_1 dijamin karena semua parameter bernilai non negatif. titik kritis Endemik $T_2 = (S_h =$

$$\begin{aligned}S_h &= \frac{N_h \mu_v (A_h P_v \delta + N_h \mu_v \mu_2 (\mu_2 + \delta))}{(N_h (\mu_1 + \beta) \mu_v + (A_v P_h)) P_v \delta}, S_t = \frac{\beta \mu_v N_h (A_h P_v \delta + N_h \mu_v \mu_2 (\mu_2 + \delta))}{P_v \delta \mu_1 (P_h (\beta + \mu_1) \mu_v + A_v P_h)}, \\ E_h &= \frac{-N_h^2 \beta \delta \mu_2 \mu_v^2 - N_h^2 \beta \mu_2^2 \mu_v^2 - N_h^2 \delta \mu_1 \mu_2 \mu_v^2 - N_h^2 \mu_1 \mu_2^2 \mu_v^2 + A_h A_v P_h P_v \delta}{(N_h \beta \delta \mu_v + N_h \beta \mu_2 \mu_v + N_h \mu_1 \mu_2 \mu_v + A_v P_h \delta + A_v P_h \mu_2) P_v \delta}, \\ I_h &= \frac{-N_h^2 \beta \delta \mu_2 \mu_v^2 - N_h^2 \beta \mu_2^2 \mu_v^2 - N_h^2 \delta \mu_1 \mu_2 \mu_v^2 - N_h^2 \mu_1 \mu_2^2 \mu_v^2 + A_h A_v P_h P_v \delta}{(N_h \beta \delta \mu_v + N_h \beta \mu_2 \mu_v + N_h \mu_1 \mu_2 \mu_v + A_v P_h \delta + A_v P_h \mu_2) \mu_2 P_v}, S_v = \frac{(N_h (\mu_1 + \beta) \mu_v + A_v P_h) \mu_2 (\mu_2 + \delta) N_h}{P_h (N_h \mu_2 (\mu_2 + \delta) \mu_v + A_h P_v \delta)}, \\ I_v &= \frac{A_v P_h A_h P_v \delta - N_h^2 \mu_2 (\mu_2 + \delta) (\mu_1 + \beta) \mu_v^2}{\mu_v P_h (N_h \mu_2 (\mu_2 + \delta) \mu_v + A_h P_v \delta)}\end{aligned}$$

Karena S_h, S_t, S_v bernilai positif. Eksistensi titik kritis T_2 dipenuhi jika $E_h > 0, I_h > 0,$ dan $I_v > 0$. E_h dijamin positif jika pembilangnya bernilai positif sehingga diperlukan syarat

$-N_h^2 \mu_2 (\mu_2 + \delta) (\mu_1 + \beta) \mu_v^2 + A_v P_h A_h P_v \delta > 0$ yang terpenuhi jika :

$$-N_h^2 \mu_2 (\mu_2 + \delta) (\mu_1 + \beta) \mu_v^2 + A_v P_h A_h P_v \delta > 0$$

$$A_v P_h A_h P_v \delta > N_h^2 \mu_2 (\mu_2 + \delta) (\mu_1 + \beta) \mu_v^2$$

$$P_h P_v > \frac{N_h^2 \mu_v^2 \mu_2 (\mu_2 + \delta) (\mu_1 + \beta)}{A_h A_v \delta}$$

Syarat tersebut juga menjadikan I_h dijamin eksis.

I_v bernilai positif dipenuhi jika pembilangnya bernilai positif, maka diperlukan syarat

$-N_h^2 \mu_v^2 (\mu_1 + \beta) \mu_2^2 - N_h^2 \mu_v^2 \delta (\mu_1 + \beta) \mu_2 + A_v P_h P_v A_h \delta > 0$ yang terpenuhi jika :

$$A_v P_h P_v A_h \delta > N_h^2 \mu_v^2 ((\mu_1 + \beta) \mu_2^2 + \delta (\mu_1 + \beta) \mu_2)$$

$$A_v P_h P_v A_h \delta > N_h^2 \mu_v^2 \mu_2 ((\mu_1 + \beta) \mu_2 + \delta (\mu_1 + \beta))$$

$$P_h P_v > \frac{N_h^2 \mu_v^2 \mu_2 ((\mu_1 + \beta) \mu_2 + \delta (\mu_1 + \beta))}{A_h A_v \delta}$$

Dua syarat eksis tersebut memberikan syarat eksis $P_h P_v > \inf \left\{ \frac{N_h^2 \mu_v^2 \mu_2 (\mu_2 + \delta) (\mu_1 + \beta)}{A_h A_v \delta}, \frac{N_h^2 \mu_v^2 \mu_2 ((\mu_1 + \beta) \mu_2 + \delta (\mu_1 + \beta))}{A_h A_v \delta} \right\}$ yang mengindikasikan bahwa peluang populasi pisang rentan berpindah ke populasi pisang terinfeksi dan peluang populasi serangga rentan berpindah ke populasi serangga terinfeksi harus lebih besar dari suatu nilai, yang memberikan arti adanya suatu nilai ambang yang menjadi batas minimum bagi perkalian kedua tingkat rekrutmen tersebut.

Titik kritis pertama adalah titik kritis yang menggambarkan keadaan populasi tanaman pisang dan Serangga yang bebas dari penyakit. Kestabilan di titik kritis tersebut ditentukan berdasarkan nilai eigen dari linearisasi sistem melalui matriks Jacobi. Karena titik kritis

$\left(\frac{A_h}{\beta+\mu_2}, \frac{\beta A_h}{(\beta+\mu_1)\mu_1}, 0, 0, \frac{A_v}{\mu_v}, 0\right)$ bukan titik kritis nol, maka analisa kestabilan titik kritis tersebut dilakukan dengan mentransformasi variabel $(S_h, S_t, E_h, I_h, S_v, I_v)$ terlebih dahulu, sehingga persamaan dianalisa di titik kritis $(0,0,0,0,0,0)$ dalam sistem koordinat baru. Dalam sistem yang baru, analisa kestabilan dengan metoda linearisasi memberikan nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -(\mu_1 + \beta), \lambda_2 = -\mu_1, \lambda_3 = -\mu_2 + \delta, \lambda_4 = -\mu_2, \lambda_5 = -\mu_v, \lambda_6 = -\mu_v$$

Hasil tersebut memberikan arti bahwa keenam nilai eigen tersebut bernilai negatif sehingga sistem stabil di titik kritis T_1 .

Titik kritis T_2 adalah titik kritis yang menggambarkan endemiknya penyakit dalam ekosistem. Sama halnya dengan titik kritis T_1 , titik kritis ini diekspresikan sebagai $T_2 = (S_h^*, S_t^*, E_h^*, I_h^*, S_v^*, I_v^*)$. Sehingga diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -(\mu_1 + I_v^* + \beta), \lambda_2 = -\mu_1, \lambda_3 = -(\mu_2 + \delta), \lambda_4 = -\mu_2, \lambda_5 = -(\mu_v + I_h^*), \lambda_6 = -\mu_v$$

Hasil tersebut memberikan arti bahwa keenam nilai eigen tersebut bernilai negatif sehingga sistem stabil di titik kritis T_2 .

3.2. Desain Kendali

Untuk mencegah laju penyebaran penyakit BDB pada pisang kepok perlu dilakukan pengoptimalan terhadap laju inokulasi (β) pada pemberian bakteri endofit. Untuk menekan laju penyebaran penyakit BDB pada pisang untuk digunakan metode kendali optimal. Penyelesaian kendali optimal SPD pada persamaan (4.1.a) – (4.1.f) diperoleh dengan membangun suatu *performance index* kontrol bakteri endofit, yaitu : $f(x, \beta, t) = \int_0^{t_f} \beta^2(t) - S_h(t) - S_t(t) dt$. Yang menggambarkan bahwa β merupakan bakteri endofit yang di inokulasi ketanaman pisang kepok untuk menekan laju penyebaran penyakit BDB pada tanaman pisang sehat dan tanaman pisang yang ditreatment.

Performance index dibangun untuk meminimalkan laju penyebaran penyakit BDB pada pisang. Sehingga untuk mengoptimalkan bakteri endofit, metode Minimum Pontryagin menyatakan perlunya penentuan fungsi Hamiltonian, sebagai berikut :

$$H = f(x, \beta, t) + \lambda g(x, \beta, t)$$

$$H = [\beta^2 - S_h - S_t] + \lambda_1 \left[A_h - \mu_1 S_h - P_h \frac{S_h I_v}{N_h} - \beta S_h \right] + \lambda_2 [\beta S_h - \mu_1 S_t] + \lambda_3 \left[P_h \frac{S_h I_v}{N_h} - \mu_2 E_h - \delta E_h \right]$$

$$+ \lambda_4 [\delta E_h - \mu_2 I_h] + \lambda_5 \left[A_v - \mu_v S_v - P_v \frac{S_v I_h}{N_h} \right] + \lambda_6 \left[P_v \frac{S_v I_h}{N_h} - \mu_v I_v \right]$$

Selanjutnya penyelesaian masalah kendali optimal dengan parameter β sebagai pengontrol diperoleh melalui persamaan state, co-state dan kondisi stasioner. Sehingga di peroleh S optimum, sebagai berikut :

Batasan suspensi isolat bakteri endofit yang diambil adalah 0,5 – 1 sehingga:

$$\beta = \begin{cases} 0,5, & \beta \geq 0,5 \\ \beta, & 0 < \beta < 1 \\ 1, & \beta \leq 1 \end{cases}$$

Jadi, kendali optimal sebagai $\beta = \min \left\{ 0,5, \left(\text{maks} \left(-\frac{1}{2} \lambda_2(S_h) \right), 1 \right) \right\}$

3.3. Simulasi

Simulasi dilakukan untuk merepresentasikan proses pengendalian penyebaran penyakit BDB melalui inokulasi bakteri endofit pada pisang. Simulasi dilakukan menggunakan software *MATLAB* dengan menggunakan nilai-nilai parameter dan nilai awal sebagai berikut:

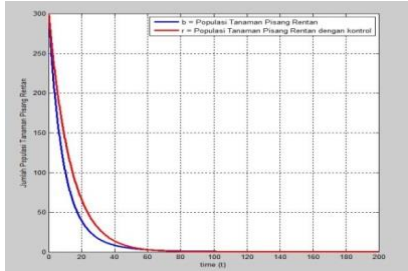
Tabel 1 : Nilai Awal Populasi Pisang Dan Serangga

Variabel	Deskripsi	Jumlah populasi	Sumber
$S_h(0)$	Populasi Tanaman Pisang rentan	300 pohon	Hedar, Desa Limbosung, Pantai Barat 2016
$S_t(0)$	Populasi Tanaman Pisang treatment	300 pohon	Hedar, Desa Limbosung, Pantai Barat 2016
$E_h(0)$	Populasi Tanaman pisang exposed	300 pohon	Hedar, Desa Limbosung, Pantai Barat 2016
$I_h(0)$	Populasi Tanaman pisang terinfeksi	300 pohon	Hedar, Desa Limbosung, Pantai Barat 2016
$S_v(0)$	Populasi serangga rentan	300 ekor	Jurnal entomologi indonesia
$I_v(0)$	Populasi serangga terinfeksi	150 ekor	Jurnal entomologi indonesia

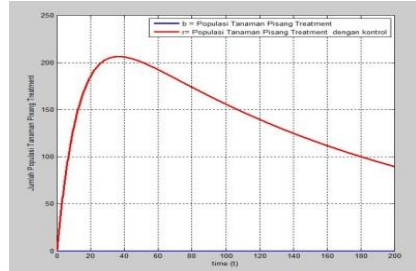
Tabel 2 : Nilai Parameter

Parameter	Deskripsi	Nilai	Sumber
A_h	Tingkat pertumbuhan populasi pisang	1/90	Ejournal.kemenperin.go.id
μ_1	Laju kematian alami kelas S_h	1/23	Darma Kusuma, Blog catatan harian BDB Pada pisang 2011
P_h	Peluang populasi pisang rentan berpindah ke populasi pisang terinfeksi	1/4	Syarat Eksistensi
μ_2	Laju kematian alami kelas E_h	1/23	Darma Kusuma, Blog catatan harian BDB Pada pisang 2011
β	Banyaknya isolat bakteri endofit yang di inokulasi ke pisang	0,5 - 1	Asumsi
δ	Laju inkubasi pisang	1/10	Darma Kusuma, Blog catatan harian BDB Pada pisang 2011
A_v	Populasi awal serangga	1/42	Jurnal entomologi indonesia

μ_v	Laju kematian alami serangga	1/49	Jurnal entomologi indonesia
P_v	Peluang populasi serangga rentan berpindah ke populasi serangga terinfeksi	$\frac{1}{4}$	Syarat Eksistensi

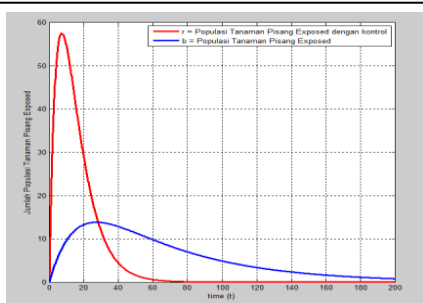


Gambar 4 : Populasi pisang rentan (S_h) dengan kontrol dan tanpa kontrol

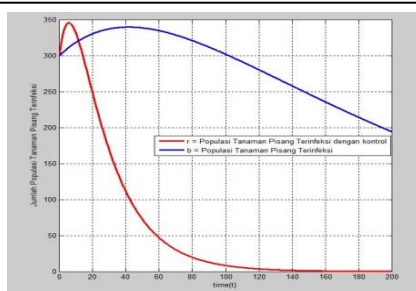


Gambar 5 : Populasi pisang treatment (S_t) kontrol dan tanpa kontrol

Gambar 4 menunjukkan pertumbuhan populasi tanaman pisang rentan (S_h) untuk nilai awal 300 pohon dalam kurun waktu 200 hari. Populasi tersebut menurun hingga mencapai 8 pohon pada hari ke 40 bila tidak dilakukan pengendalian penyakit BDB dengan inokulasi bakteri endofit (kurva biru). Berbeda jika dilakukan pengendalian penyakit BDB dengan inokulasi bakteri endofit populasi tanaman pisang mencapai 13 pohon pada hari ke 40 (kurva merah). Gambar 5 menunjukkan pertumbuhan populasi tanaman pisang treatment (S_t) yang pada seiring dengan pertambahan waktu. Banyaknya populasi tanaman pisang treatment tidak ada bila tidak dilakukan inokulasi bakteri endofit (kurva biru). Berbeda jika dilakukan pengendalian dengan inokulasi bakteri endofit populasi tanaman pisang treatment akan terus meningkat hingga mencapai 206 pohon pada hari ke 36 (kurva merah).

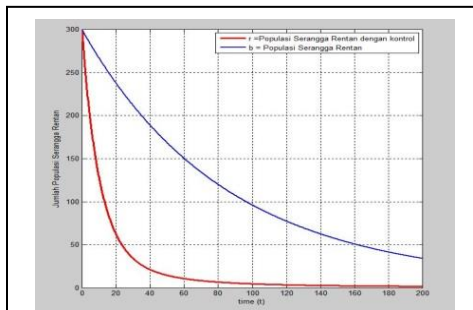


Gambar 6. Populasi pisang Exposed (E_h) dengan kontrol dan tanpa kontrol

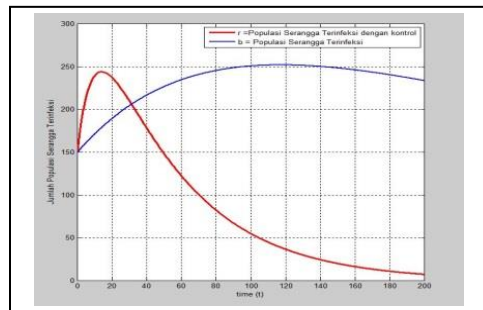


Gambar 7. Populasi pisang terinfeksi (I_h) dengan kontrol dan tanpa kontrol

Gambar 6 menunjukkan pertumbuhan populasi tanaman pisang exposed (E_h). Pada kondisi awal belum ada tanaman pisang exposed namun seiring pertambahan waktu banyaknya populasi tanaman pisang exposed meningkat hingga mencapai 13 pohon pada hari ke 28 bila tidak dilakukan inokulasi bakteri endofit (kurva biru). Berbeda jika dilakukan pengendalian dengan inokulasi bakteri endofit, terjadi peningkatan jumlah populasi pisang exposed tetapi dalam rentang waktu yang cukup pendek hingga mencapai 57 pohon pada hari ke 7 namun jumlah tersebut akan menurun dengan lebih cepat (kurva merah). Gambar 7 menunjukkan pertumbuhan pada populasi tanaman pisang terinfeksi (I_h) untuk nilai awal 300 pohon dalam kurun waktu 200 hari. tanaman pisang terinfeksi meningkat hingga 336 pohon pada hari ke 40 bila tidak dilakukan inokulasi bakteri endofit (kurva biru). Berbeda jika dilakukan pengendalian dengan inokulasi bakteri endofit, terjadi peningkatan jumlah populasi pisang terinfeksi tetapi dalam rentang waktu yang cukup pendek mencapai 346 pohon pada hari ke 6 namun jumlah tersebut akan menurun dengan lebih cepat (kurva merah).



Gambar 8. Populasi serangga trigona spp (S_v) dengan kontrol dan tanpa kontrol



Gambar 9. Populasi serangga trigona spp (I_v) dengan kontrol dan tanpa kontrol

Gambar 8 menunjukkan populasi serangga trigona spp yang rentan (S_v) untuk nilai awal 300 dalam kurun waktu 200 hari, serangga trigona spp yang rentan terus menurun mencapai 95 serangga pada hari ke 100 bila tidak dilakukan inokulasi bakteri endofit (kurva biru). Berbeda jika dilakukan pengendalian dengan inokulasi bakteri endofit, inokulasi bakteri endofit berpengaruh terhadap datangnya serangga trigona spp pada tanaman pisang sehingga jumlah populasi serangga menjadi 21 pada hari ke 40 dan terus menurun. (kurva merah). Gambar 9 menunjukkan pertumbuhan populasi serangga trigona spp yang terinfeksi (I_v) untuk nilai awal 150 dalam kurun waktu 200 hari, populasi serangga trigona spp yang terinfeksi meningkat hingga 252 serangga pada hari ke 120 bila tidak dilakukan inokulasi bakteri endofit (kurva biru). Berbeda jika dilakukan pengendalian dengan inokulasi bakteri endofit, inokulasi bakteri endofit berpengaruh terhadap datangnya serangga trigona spp pada tanaman pisang sehingga jumlah populasi serangga mencapai 244 pada hari ke 14 dan terus menurun. (kurva merah).

Kontrol yang dilakukan selama proses penghambatan laju penyebaran penyakit BDB pada pisang kepok dengan inokulasi bakteri endofit setiap waktu bertambah 0,5 isolat bakteri endofit .

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa model kendali optimal penyebaran penyakit BDB pada tanaman pisang kepok dengan inokulasi bakteri endofit adalah :

$$\frac{dS_h}{dt} = A_h - \mu_1 S_h - P_h \frac{S_h I_v}{N_h} - \beta S_h$$

$$\frac{dS_t}{dt} = \beta S_h - \mu_1 S_t$$

$$\frac{dE_h}{dt} = P_h \frac{S_h I_v}{N_h} - \mu_2 E_h - \delta E_h$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \delta E_h - \mu_2 I_h$$

$$\frac{dS_v}{dt} = A_v - \mu_v S_v - P_v \frac{S_v I_h}{N_h}$$

$$\frac{dI_v}{dt} = P_v \frac{S_v I_h}{N_h} - \mu_v I_v$$

Dari model diperoleh dua titik kritis dimana T_1 eksis. Karena S_h , S_t , S_v bernilai positif, eksistensi titik kritis T_2 dipenuhi jika $E_h > 0$, $I_h > 0$, dan $I_v > 0$. E_h dijamin positif jika pembilangnya bernilai positif. Dalam model diterapkan pengendalian yang memiliki fungsi tujuan, sebagai berikut : $\beta = \min \left\{ 0,5, \left(\max \left(-\frac{1}{2} \lambda_2 (S_h), 1 \right) \right) \right\}$ Pengendalian penyakit BDB dengan inokulasi bakteri endofit dikatakan berhasil dikarenakan dapat menekan banyaknya populasi tanaman pisang yang terinfeksi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Abdjad asih nawangsih, Pemanfaatan Bakteri Endofit Pada Pisang Untuk Mengendalikan Penyakit Darah:Isolasi, Uji Penghambatan In Vitro Dan In Planta., *Jurnal Ilmu Pertanian Indonesia*, 2007, Vol.12 No.1.
- [2] Eden-Green SJ, Characteristics of *Pseudomonas Solanacearum* and related bacteria from banana and plantain in South East Asia. In: M.Lemattre, S. Freigoun, K. Rudolph and J.GSwings (Eds.), *Plant Pathogenic Bacteria*.,1992, IRNA, pp.51-57.
- [3] Eden-Green SJ, Banana blood disease. Musa Disease Fact Sheet, France: INIBAP, 1994, No.3. 2p., Montpellier.
- [4] Eden-Green SJ, How can the advance of banana *Xanthomonas Wilt* be halted? *Info Musa*, 2004, 13:38-41.

- [5] Mairawita et al, Potensi *Trigona* spp. Sebagai Agen Penyebar Bakteri *Ralstonia Solanacearum* Phylotipe IV Penyebab Penyakit Darah pada Tanaman Pisang, *Jurnal Entomologi Indonesia*, 2012, Vol. 9 No. 1, 38-47.
- [6] Marwan et al, Isolasi Dan Seleksi Bakteri Endofit Untuk Pengendalian Penyakit Darah Pada Tanaman Pisang, *J.HPT Tropika*, 2011, Vol.11 No. 2, 113-121.
- [7] Hedar, Kebun pisang desa Limbosung Pantebarat, 2017.