

MENCARI PERLUASAN MODEL DINAMIK UNSUR-UNSUR UTAMA IKLIM

Agus Indra Jaya¹

¹Jurusan Matematika FMIPA UNTAD Kampus Bumi Tadulako Tondo Palu

Abstrak

Perluasan model dinamik unsur-unsur utama iklim dilakukan dengan mempertimbangkan kemunculan parameter laju perubahan kalor di atmosfer sebagai penentu kestabilan sistem di sekitar titik kritisnya. Perluasan dilakukan dengan melibatkan model konsentrasi gas CO₂ kedalam model utama yakni model dinamik unsur-unsur utama iklim berdasarkan hukum termodinamika. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model fisibel yang dihasilkan memiliki dua kriteria penentu kestabilan sistem, yakni laju perubahan kalor dan tingkat produksi CO₂ yang berkaitan erat dengan tingkat konsumsinya. Perubahan kalor harus melebihi suatu nilai yang dinyatakan dalam fungsi kapasitas panas pada tekanan tetap. Sedangkan tingkat konsumsi gas CO₂ disyaratkan untuk melebihi tingkat produksi.

Kata Kunci : model dinamik, parameter, titik kritis, kestabilan sistem

I. Pendahuluan

Model dinamik unsur-unsur utama iklim, yakni suhu dan tekanan udara, dibangun oleh system persamaan diferensial yang almost linier yang dibangun berdasarkan kaidah termodinamika. Perilaku sistem yang tidak stabil di sekitar titik kritisnya menunjukkan bahwa pola perubahan iklim akan terjadi secara signifikan. Pengamatan terhadap kestabilan sistem dapat dilakukan melalui pengamatan terhadap parameter laju perubahan kalor (Jaya, 2010).

Mengingat laju perubahan kalor di atmosfer sangat berkaitan erat dengan konsentrasi gas CO₂ maka model dinamik unsur-unsur utama iklim dapat diperluas dengan meninjau model konsentrasi gas tersebut. Perluasan model perlu mempertimbangkan keterkaitan variable-variabel pembangun sedemikian hingga interaksi antara suhu, tekanan udara dan konsentrasi gas CO₂ pada perluasan model tetap mempertahankan peran penting laju perubahan kalor sebagai salah satu indicator kestabilan sistem.

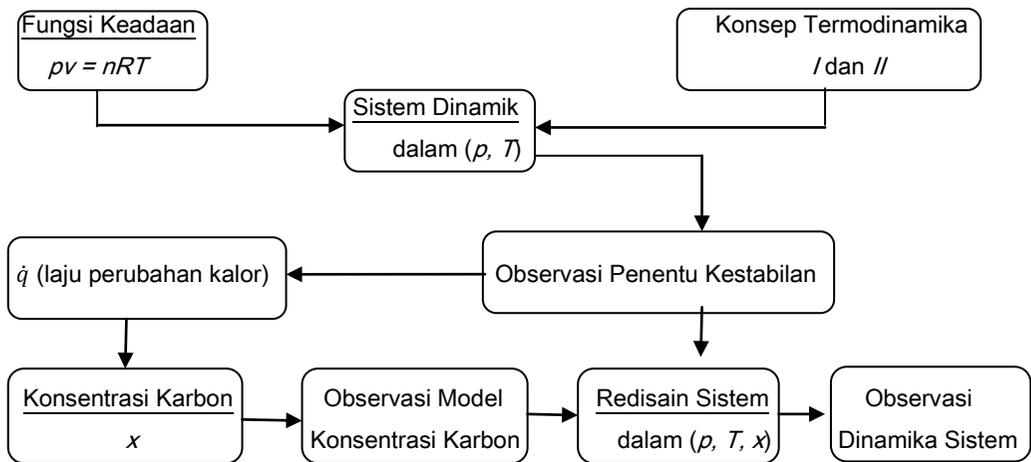
Pencarian perluasan model dinamik unsur-unsur utama iklim yang dikaitkan dengan model konsentrasi gas CO₂ dilakukan dengan mengamati system yang dibangun oleh kombinasi-kombinasi yang mungkin dari kedua model pembangun. Pengamatan terhadap kombinasi-kombinasi yang muncul selalu mempertimbangkan keterkaitan secara dinamis antara suhu sebagai salah satu unsur utama iklim dengan tekanan udara sebagai unsur utama iklim lainnya. Keterkaitan dinamis tersebut dianggap dipengaruhi oleh perubahan konsentrasi gas CO₂ di atmosfer.

II. Metoda Penelitian

Pencarian perluasan model dinamik unsur-unsur utama iklim dikaji dengan prosedur sebagai berikut :

1. Meninjau model dinamik unsur-unsur utama iklim berdasarkan hukum termodinamika
2. Meninjau model konsentrasi gas CO₂ di atmosfer
3. Membuat kombinasi model dinamik unsur-unsur utama iklim berdasarkan hukum termodinamika dan model konsentrasi gas CO₂ di atmosfer
4. Mengamati kemunculan parameter laju perubahan kalor pada model-model yang dihasilkan oleh langkah 3
5. Memilih model fisibel berdasarkan syarat yang diperoleh pada masing-masing kombinasi yang dihasilkan pada langkah 4

Dasar perluasan model dinamik unsur-unsur utama iklim digambarkan dalam diagram alir berikut :



III. Pembahasan

III. 1 Model Dinamik Unsur-Unsur Utama Iklim Berdasarkan Hukum Termodinamika

Persamaan pembangun model dinamik unsur-unsur utama iklim berdasarkan hukum termodinamika dinyatakan dalam (Jaya, 2010) sebagai berikut :

$$\dot{T} = \frac{\dot{q} [\alpha p \dot{q} + C_p - T \dot{q}]}{C_p [C_p - K \alpha - \dot{q}]} \quad (1)$$

$$\dot{p} = \frac{\dot{q} [K - p \dot{q}]}{[C_p - K \alpha - \dot{q}]} \quad (2)$$

dengan T adalah suhu (dalam K), p adalah tekanan udara (dalam atm), \dot{T} dan \dot{p} masing-masing adalah laju perubahan suhu dan tekanan udara terhadap waktu, α adalah volume spesifik gas (dalam L), C_p adalah kapasitas panas pada tekanan tetap dan $K = \frac{\gamma - 1}{\gamma}$ dimana $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ dimana C_v adalah kapasitas panas pada volume tetap.

III. 2 Model Konsentrasi Gas CO₂ di Atmosfer

Model matematika yang menggambarkan perubahan konsentrasi oksigen di atmosfer diadopsi dari (Sutimin, 2010). Model tersebut dikonstruksi dari persamaan logistik dan persamaan Michaelis-Menten yang berbentuk persamaan diferensial tak linier. Persamaan pembangun model disusun berdasarkan faktor produksi dan konsumsi gas CO₂ sebagai berikut :

$$\dot{x} = bx(1 - cx) - \frac{ex}{1+x} \quad (3)$$

dengan x adalah konsentrasi gas CO₂ dan \dot{x} menyatakan laju perubahan konsentrasi gas CO₂ terhadap waktu, sedangkan b , c dan e ditentukan berdasarkan data dari (Jorgensen, 1996).

III. 3 Kombinasi Model

Keterkaitan secara dinamis antara suhu sebagai salah satu unsur utama iklim dengan tekanan udara sebagai unsur utama iklim lainnya dalam penelitian ini dianggap dipengaruhi oleh perubahan konsentrasi gas CO₂ di atmosfer . Mengingat secara termodinamik suhu sebanding dengan tekanan udara dan peningkatan konsentrasi gas CO₂ akan mengakibatkan kenaikan suhu maka relasi antara suhu, tekanan udara dan konsentrasi gas CO₂ dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$T = x p \quad (4)$$

Selanjutnya persamaan (4) digunakan dalam menentukan kombinasi system yang dibangun oleh persamaan (1), persamaan (2) dan persamaan (3) sebagai berikut :

III.3.1 Kombinasi I

$$\dot{T} = \frac{\dot{q} [\alpha p \dot{q} + C_p - x p \dot{q}]}{C_p [C_p - K \alpha - \dot{q}]} \quad (5.a)$$

$$\dot{p} = \frac{\dot{q} [K - p \dot{q}]}{[C_p - K \alpha - \dot{q}]} \quad (6.a)$$

$$\dot{x} = bx(1 - cx) - \frac{ex}{1+x} \quad (7.a)$$

III.3.2 Kombinasi II

$$\dot{T} = \frac{\dot{q} [\alpha p \dot{q} + C_p - T \dot{q}]}{C_p [C_p - K \alpha - \dot{q}]} \quad (5.b)$$

$$\dot{p} = \frac{\dot{q} [K - p \dot{q}]}{[C_p - K \alpha - \dot{q}]} \quad (6.b)$$

$$\dot{x} = b - bc \left(\frac{T}{p}\right) - e + \left(b - bc \left(\frac{T}{p}\right)\right) x \quad (7.b)$$

III.3.3 Kombinasi III

$$\dot{T} = \frac{\dot{q} \left[\alpha \left(\frac{T}{x}\right) \dot{q} + C_p - T \dot{q}\right]}{C_p [C_p - K \alpha - \dot{q}]} \quad (5.c)$$

$$\dot{p} = \frac{\dot{q} [K - p \dot{q}]}{[C_p - K \alpha - \dot{q}]} \quad (6.c)$$

$$\dot{x} = bx(1 - cx) - \frac{ex}{1+x} \quad (7.c)$$

III.3.4 Kombinasi IV

$$\dot{T} = \frac{\dot{q} [\alpha p \dot{q} + C_p - T \dot{q}]}{C_p [C_p - K \alpha - \dot{q}]} \quad (5.d)$$

$$\dot{p} = \frac{\dot{q} \left[K - \left(\frac{T}{x}\right) \dot{q}\right]}{[C_p - K \alpha - \dot{q}]} \quad (6.d)$$

$$\dot{x} = bx(1 - cx) - \frac{ex}{1+x} \tag{7.d}$$

III.3.5 Kombinasi V

$$\dot{T} = \frac{\dot{q} [\alpha p \dot{q} + C_p - T \dot{q}]}{C_p [C_p - K \alpha - \dot{q}]} \tag{5.e}$$

$$\dot{p} = \frac{\dot{q} [K - p \dot{q}]}{[C_p - K \alpha - \dot{q}]} \tag{6.e}$$

$$\dot{x} = b \left(\frac{T}{p} \right) (1 - cx) - \frac{ex}{1+x} \tag{7.e}$$

III. 4 Pengamatan Kemunculan Parameter

Kemunculan parameter penentu kestabilan system diperoleh dengan mengamati kestabilan masing-masing sistem di sekitar titik-titik kritis melalui pengamatan terhadap kestabilan linearisasi sistem dengan menentukan nilai eigen matriks jacobian sistem untuk suatu titik kritis tertentu. Sistem dikatakan stabil bila bagian real dari nilai eigen matriks Jacobian suatu sistem bernilai negatif. Titik kritis ditentukan pada kondisi dimana laju perubahan suhu, tekanan udara dan konsentrasi gas CO₂, yakni persamaan (5), (6) dan (7) pada masing-masing kombinasi, tidak mengalami perubahan. Syarat yang harus dipenuhi oleh parameter tersebut suatu agar suatu sistem stabil di sekitar titik kritisnya disajikan dalam tabel berikut :

N o	Kombina si	Titik Kritis	Penentu Kestabilan
1	I	(0,0,0)	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e < b$
		$\left(0, -\frac{C_p}{\alpha \dot{q}}, 0 \right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e < b$
		$\left(\frac{\alpha K + C_p}{\dot{q}}, \frac{K}{\dot{q}}, \frac{\alpha K + C_p}{K} \right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e > -\frac{b(K + \alpha K + C_p)^2 (-K + 2c\alpha K + K^3)}{K^3}$
		$\left(\frac{C_p(bc - b - \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}{2abc\dot{q} + \dot{q}(bc - b + \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}, \frac{2C_pbc}{2abc\dot{q} + \dot{q}(bc - b - \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}, \frac{(bc - b - \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}{2bc} \right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e \leq \frac{(bc+b)^2}{4bc}$
$\left(\frac{C_p(bc - b + \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}{2abc\dot{q} + \dot{q}(bc - b + \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}, \frac{2C_pbc}{2abc\dot{q} + \dot{q}(bc - b + \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}, \frac{(bc - b + \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}{2bc} \right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e < \frac{b(2c+1)}{4c}$ 		

2	II	$\left(0, -\frac{C_p}{\alpha \dot{q}}, 0\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e < b$
		$\left(\frac{\alpha K + C_p}{\dot{q}}, \frac{K}{\dot{q}}, \frac{\alpha K + C_p}{K}\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e > -\frac{b(K + \alpha K + C_p)^2(-K + 2c\alpha K + 2cC_p)}{K^3}$
		$\left(\frac{\alpha K + C_p}{\dot{q}}, \frac{K}{\dot{q}}, \frac{eK + bc(\alpha K + C_p) - bK}{bK - bc(\alpha K + C_p)}\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e > -\frac{b(-K + 2c\alpha K + 2cC_p)}{K}$
3	IV	$\left(\frac{\alpha K + C_p}{\dot{q}}, \frac{K}{\dot{q}}, \frac{\alpha K + C_p}{K}\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e > -\frac{b(K + \alpha K + C_p)^2(-K + 2c\alpha K + 2cC_p)}{K^3}$
		$\left(\frac{C_p(bc - b + \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}{2abc\dot{q} + \dot{q}(bc - b + \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}, \frac{k}{\dot{q}}, \frac{2C_pbc}{2abc\dot{q} + \dot{q}(bc - b + \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e < \frac{b(2c+1)}{4c}$
		$\left(\frac{C_p(bc - b - \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}{2abc\dot{q} + \dot{q}(bc - b - \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}, \frac{k}{\dot{q}}, \frac{2C_pbc}{2abc\dot{q} + \dot{q}(bc - b - \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e \leq \frac{(bc+b)^2}{4bc}$
4	IV	$\left(0, -\frac{C_p}{\alpha \dot{q}}, 0\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e < b$
		$\left(\frac{k(bc - b + \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}{2bc\dot{q}}, \frac{k}{\dot{q}}, \frac{k(bc - b + \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}{2bc}\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e \leq \frac{(bc+b)^2}{4bc}$
		$\left(\frac{k(bc - b - \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}{2bc\dot{q}}, \frac{k}{\dot{q}}, \frac{k(bc - b - \sqrt{b^2c^2 + 2b^2c + b^2 - 4bce})}{2bc}\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e \leq \frac{(bc+b)^2}{4bc}$
5	V	$\left(0, -\frac{C_p}{\alpha \dot{q}}, 0\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e < b$
		$\left(\frac{\alpha K + C_p}{\dot{q}}, \frac{K}{\dot{q}}, \frac{\alpha K + C_p}{K}\right)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\dot{q} > C_p - K \alpha$ • $e > -\frac{b(K + \alpha K + C_p)^2(-K + 2c\alpha K + 2cC_p)}{K^3}$

IV. Kesimpulan

Dari lima kombinasi yang diamati pada penelitian ini dapat disimpulkan bahwa perluasan sistem memunculkan dua buah syarat yang harus dipenuhi oleh dua buah parameter penentu kestabilan sistem. Kedua parameter tersebut adalah laju perubahan kalor (\dot{q}) dan tingkat

produksi gas CO₂ (*e*) yang berkaitan erat dengan tingkat konsumsinya (*b*). Perubahan kalor harus melebihi suatu nilai yang dinyatakan dalam fungsi kapasitas panas pada tekanan tetap. Sedangkan tingkat konsumsi gas CO₂ disyaratkan untuk melebihi tingkat produksi. Hal ini memberikan arti bahwa pengendalian sistem dapat ditempuh melalui pengendalian terhadap kedua parameter tersebut. Hasil ini sesuai dengan kondisi nyata bahwa peningkatan produksi gas CO₂ di bumi harus senantiasa diiringi dengan usaha mereduksi kandungan gas CO₂ di atmosfer, salah satunya dikenal sebagai reboisasi.

V. Daftar Pustaka

1. Jaya, Agus Indra, 2010, Peran Penting Laju Perubahan Kalor pada Model dinamik Unsur-Unsur Utama Iklim, *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan*, Volume 7, Halaman 1-6.
2. Boyce, W. E., and Richard, C. D, 1996, *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, Sixth Edition, Wiley, Singapore.
3. Gabriel, J.F., 2001, *Fisika Lingkungan*, Penerbit Hipokrates, Jakarta,
4. Haneda, 2004, *Hubungan Efek rumah kaca, Pemanasan Global dan Perubahan Iklim*, <http://climatechange.menlh.go.id>, diakses 11 Nopember 2008.
5. Jorgensen, S. E, 1996, *Fundamental of Ecology Modeling*, 2nd edition, Elsevier Science, B.V., Molenwerf 1, Amsterdam , The Netherland.
6. Kato, S, Tri W. H. dan Joko, W., 1998, *Dinamika Atmosfer*, Penerbit ITB, Bandung.
7. Lakitan, B., 2002, *Dasar-Dasar Klimatologi*, PT Raja Grafindo Persada, Jakarta.
8. Leon, S. J., 2001, *Aljabar Linier dan Aplikasinya*, Edisi 5, (Terjemahan), Penerbit Erlangga, Jakarta.
9. Mudiyarso, D., 2003, *Konvensi Perubahan Iklim*, Penerbit Buku Kompas, Jakarta.
10. Neiburger, M., James, G. E. dan Bonner W. D., 1995, *Memahami Lingkungan Atmosfer Kita*, (Terjemahan), Penerbit ITB, Bandung.
11. Sarvina, li, 2009, *Model dinamik Suhu dan Tekanan Udara Permukiman dengan Meninjau Perilaku gas CO₂ di Atmosfer sebagai Efek Gas Ruma Kaca*, Universitas Tadulako, Palu.

12. Soedomo, M., 2001, *Pencemaran Udara*, Kumpulan Karya Ilmiah, Penerbit ITB, Bandung.
13. Sutimin, 2010, *Model Matematika Konsentrasi Gas Oksigen Terlarut pada Ekosistem Perairan Danau*, Universitas Diponegoro, Semarang
14. Tjasyono, B., 2004, *Klimatologi*, Penerbit ITB, Bandung.
15. Wikipedia Bahasa Indonesia Ensiklopedia Bebas, 2008, *Karbon dioksida*, http://id.wikipedia.org/wiki/Pemanasan_global, diakses 11 September 2008.
16. _____, 2008, *Pemanasan Global*, http://id.wikipedia.org/wiki/Pemanasan_global, diakses 7 September 2008.