

ANALISIS KESTABILAN PENYEBARAN PENYAKIT ANTRAKS PADA POPULASI HEWAN DENGAN PEMBERIAN VAKSINASI: STUDI KASUS UNTUK INFEKSI PADA POPULASI MANUSIA

Megawati¹, R. Ratianingsih², dan Hajar³

^{1,2,3}Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Tadulako

Jalan Soekarno-Hatta Km. 09 Tondo, Palu 94118, Indonesia.

¹Megawati.tahir38@gmail.com, ²ratianingsih@yahoo.com, ³hajar.200490@yahoo.com

ABSTRACT

Anthrax is an infectious disease that caused by the *Bacillus anthracis* bacteria. The disease attacks animals such as cows in acute and preacute stage. Anthrax is a zoonotic disease that can be transmitted to humans through three types of media that are skin, digestive and respiratory tracts. To overcome the high death risk, treatment and vaccination of the period 6 – 12 months are conducted. The aims of this study is developing a mathematical model of anthrax spread in animal populations with vaccination treatment. The model is also consider human populations, such that the SIRSV model (*susceptible, Infected, Recovered, susceptible and Vaccine*) is used for animal population and SI model (*susceptible, Infected*) is used for human population. The stability of model is analyzed at the critical points by linearization method. The free-disease unstable critical point and the stable endemic critical point are derived. The simulation shows that the number of infected animal and infected human population is not significantly different and indicates that the vaccination treatment could overcome the spread of anthrax successfully.

Keywords : Anthrax, Critical Point Endemic, Critical Point Non Disease, linearization method, Mathematical Models

ABSTRAK

Antraks merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh bakteri *Bacillus Anthracis*. Penyakit tersebut dapat menyerang hewan mamalia seperti sapi, yang dapat ditemukan dalam bentuk *akut* dan *perakut*. Penyakit Antraks dikategorikan sebagai penyakit *zoonosis* sehingga dapat menular ke manusia melalui tiga cara yaitu melalui kulit, pencernaan dan pernafasan. Untuk mengatasi tingginya kematian yang menimbulkan kerugian pada ternak, dilakukan pengobatan dan vaksinasi setiap 6 – 12 bulan. Penelitian ini bertujuan untuk membangun model matematika penyebaran penyakit Antraks pemberian vaksinasi populasi hewan. Model yang dibangun dengan melibatkan infeksi penyakit tersebut pada populasi manusia ini menggunakan model SIRSV (*Susceptible, Infected, Recovered, Susceptible dan Vaccine*) untuk populasi hewan dan model SI (*Susceptible, Infected*) untuk populasi manusia. Kestabilan model dianalisa disetiap titik kritis dengan menggunakan metode linearisasi. Dari model matematika yang dibangun diperoleh titik kritis bebas penyakit yang tidak stabil dan titik kritis endemik yang stabil.

Dari simulasi model pada kedua titik kritis tersebut dapat disimpulkan bahwa dalam waktu yang sama perbedaan banyaknya anggota sub populasi hewan terinfeksi dan populasi manusia terinfeksi untuk kedua titik kritis tersebut tidak signifikan dan menunjukkan keberhasilan program vaksinasi dalam mengatasi endemisitas penyebaran penyakit antraks.

Kata Kunci : Antraks, Titik Kritis Endemik, Titik Kritis Bebas Penyakit, Metode Linearisasi, Model Matematika

I. PENDAHULUAN

Antraks adalah penyakit menular yang disebabkan oleh bakteri *Bacillus Anthracis*, yang bersifat fatal serta menyerang baik hewan maupun manusia (OIE, 1992 dalam Hardjoutomo dan Poerwadikarta, 1996). Penyakit ini merupakan salah satu penyakit yang sudah dikenal selama berabad-abad. Kuman antraks pertama kali di isolasi oleh Robert Koch pada tahun 1877. Kata antraks dapat diartikan dalam bahasa Yunani dan istilah dengan kata "arang" atau "batubara", dalam bahasa Inggris "coal" dan dalam bahasa Prancis di sebut "charbon". Kata ini digunakan karena kulit para korban akan berubah menjadi hitam (Widoyono, 2008 dalam H.S. Gigieh., 2012). Antraks ada di hampir semua negara Afrika dan Asia, beberapa negara di Eropa, beberapa negara bagian Amerika Serikat dan beberapa daerah di Australia (WHO, 1998; Todar, 2002 dalam Adji dan Natalia, 2006). Menurut Soemanegara (1958) dalam Hardjoutomo dan Poerwadikarta, 1996, sejak tahun 1885 antraks pada hewan di Indonesia telah lama dikenal dan telah dibuktikan keberadaannya secara laboratorium. Sehingga penyakit antraks sudah endemik dan kasus tersebut terjadi di setiap tahun di berbagai daerah di Indonesia.

Penyakit antraks dapat menyerang hewan domestik maupun liar, terutama hewan pada herbivora seperti sapi dan dapat pula menyerang manusia (OIE, 2000; Todar, 2002 dalam Adji dan Natalia, 2006). Hewan dapat tertular antraks melalui pakan (rumput) atau minum yang terkontaminasi spora. Penyakit tersebut merupakan zoonosis khususnya binatang pemakan rumput atau ternak seperti sapi. Oleh karena itu, manusia dapat terinfeksi penyakit ini apabila endospora masuk ke dalam tubuh melalui kulit yang lecet atau luka, pernafasan atau makanan yang terkontaminasi. Antraks pada manusia juga dibedakan menjadi tipe kulit, tipe pencernaan, tipe pernafasan dan tipe meningitis. Wilayah yang terserang antraks biasanya lebih bersifat terbatas. Daerah-daerah yang terserang antraks biasanya memiliki tanah yang bersifat alkalis dan kaya bahan-bahan organik (Subronto, 2003 dalam Yakin, 2010). Sumber utama infeksi kuman adalah tanah dan air. Faktor yang mempercepat penularan penyakit antraks adalah musim panas, kekurangan makanan dan kelelahan (Astiti, 2010). Untuk mencegah dan mengurangi infeksi penyakit antraks pada hewan yang merugikan ekonomi. Dapat dilakukan pengobatan terhadap hewan terinfeksi antraks tahap awal dan vaksinasi terhadap hewan yang masih sehat atau yang telah sembuh dari antraks.

Berdasarkan penyebaran penyakit antraks pada populasi hewan akan dikaji melalui model epidemi SIR dan pada populasi manusia akan dikaji melalui model epidemi SI. Dalam model tersebut populasi hewan dibagi menjadi 4 kelompok yaitu kelompok individu yang rentan (*Susceptible*),

kelompok individu yang terinfeksi (*Infected*), kelompok individu yang telah sembuh (*Recovered*). Pada populasi manusia dibagi menjadi 2 kelompok yaitu kelompok individu yang rentan (*Susceptible*) dan kelompok individu yang terinfeksi (*Infected*). Model yang dibangun akan diuji kestabilannya di titik kritis bebas penyakit dan endemik dari model tersebut dengan menggunakan matriks Jacobi yang di peroleh dengan metode Linearisasi.

II. METODE PENELITIAN

2.1. Jenis Dan Sumber Data

Secara umum jenis data yang digunakan adalah data kuantitatif yang meliputi nilai parameter-parameter yang tercakup dalam model matematika yang bersumber dari literatur yang ada, sedangkan sumber data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder.

2.2. Prosedur Penelitian

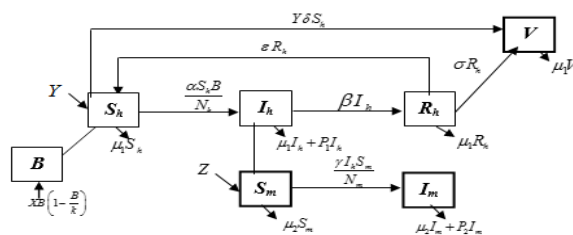
Penelitian dilakukan sesuai prosedur dibawah ini :

1. Memulai penelitian.
2. Mengkaji literatur, membuat asumsi-asumsi, mendefinisikan parameter yang digunakan pada model penyakit antraks.
3. Membangun model matematika penyebaran penyakit antraks.
4. Menentukan titik-titik kritis model tersebut serta menganalisa sifat kestabilan titik-titik kritis dari model tersebut.
5. Membuat simulasi dan menyimpulkan hasil penelitian.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Membangun Model Matematika Penyebaran Penyakit Antraks

Model penyebaran penyakit antraks dapat dibangun dari diagram alur penyebaran penyakit tersebut yang terdapat pada Gambar 1.



Gambar 1 : Diagram Alur Penyebaran Penyakit Antraks

Melalui diagram alur pada Gambar 1 penyebab infeksi *Bacillus Anthracis* (B), populasi hewan rentan (S_h), populasi hewan terinfeksi (I_h), populasi hewan sembuh (R_h), populasi

hewan divaksin (V), populasi manusia rentan (S_m), dan populasi manusia terinfeksi (I_m), dengan jumlah populasi hewan $N_h = S_h + I_h + R_h + V$ dan jumlah populasi manusia $N_m = S_m + I_m$ dibangun dalam suatu model berupa sistem persamaan diferensial tak linier sebagai berikut :

$$\frac{dB}{dt} = XB \left(1 - \frac{B}{k} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{dS_h}{dt} = Y - \frac{\alpha S_h B}{N_h} + \varepsilon R_h - Y\delta S_h - \mu_1 S_h \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \frac{\alpha S_h B}{N_h} - \beta I_h - \mu_1 I_h - P_1 I_h \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \beta I_h - \varepsilon R_h - \sigma R_h - \mu_1 R_h \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{dV}{dt} = Y\delta S_h + \sigma R_h - \mu_1 V \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{dS_m}{dt} = Z - \frac{\gamma I_h S_m}{N_m} - \mu_2 S_m \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{dI_m}{dt} = \frac{\gamma I_h S_m}{N_m} - \mu_2 I_m - P_2 I_m \dots\dots\dots (7)$$

3.2. Penentuan Titik Kritis

Titik kritis penyebaran penyakit antarks dapat dibangun dari persamaan (1) – (7) dalam keadaan stagnan atau tidak dapat perubahan dalam populasi.

$$\frac{dB}{dt} = 0, \frac{dS_h}{dt} = 0, \frac{dI_h}{dt} = 0, \frac{dR_h}{dt} = 0, \frac{dV}{dt} = 0, \frac{dS_m}{dt} = 0, \frac{dI_m}{dt} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

Sehingga dapat diperoleh dua titik kritis yakni titik kritis bebas penyakit yang diekspresikan

sebagai $T_0 = \left(0, \frac{Y}{Y\delta + \mu_1}, 0, 0, \frac{Y^2\delta}{\mu_1(Y\delta + \mu_1)}, \frac{Z}{\mu_2}, 0 \right)$ dan titik kritis endemik diekspresikan sebagai

$T_1 = (B, S_h, I_h, R_h, V, S_m, I_m)$ dimana :

$$B = k \dots\dots\dots (9)$$

$$S_h = \frac{YN_h(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1)}{(N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)\alpha)} \dots\dots\dots (10)$$

$$I_h = \frac{Y\alpha k(\varepsilon + \sigma + \mu_1)}{(N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)\alpha)} \dots\dots\dots (11)$$

$$R_h = \frac{Y\beta\alpha k}{(N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)\alpha)} \dots\dots\dots (12)$$

$$V = \frac{Y(Y\delta\varepsilon N_h(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k\alpha\sigma\beta)}{\mu_1 \left(\frac{N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1)}{+(\mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma}\alpha \right)} \dots\dots\dots (13)$$

$$S_m = \frac{Z \left(\frac{N_m N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1)}{+(\mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma}\alpha N_m \right)}{N_m N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1)\mu_2 + k(\mu_2((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)N_m + \gamma Y(\varepsilon + \sigma + \mu_1)\alpha)} \dots\dots\dots (14)$$

$$I_m = \frac{\gamma Y \alpha k (\varepsilon + \sigma + \mu_1) Z}{(\mu_2 + P_2) \left(\frac{N_m N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1)\mu_2}{+k(\mu_2((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)N_m + \gamma Y(\varepsilon + \sigma + \mu_1)\alpha)} \right)} \dots\dots\dots (15)$$

3.3. Kestabilan Titik Kritis

Untuk mengkaji kestabilan titik kritis bebas penyakit terlebih dahulu dilakukan transformasi terhadap variabel S_h , V , dan S_m . Matriks Jacobi dari sistem persamaan dalam sistem koordinat baru selanjutnya yang dievaluasi di titik $(0, 0, 0, 0, 0, 0)$ sehingga menghasilkan nilai-nilai eigen sebagai berikut :

$$\lambda_1 = X \dots\dots\dots (16)$$

$$\lambda_2 = -X\delta - \mu_1 \dots\dots\dots (17)$$

$$\lambda_3 = -\beta - \mu_1 - P_1 \dots\dots\dots (18)$$

$$\lambda_4 = -\varepsilon - \sigma - \mu_1 \dots\dots\dots (19)$$

$$\lambda_5 = -\mu_1 \dots\dots\dots (20)$$

$$\lambda_6 = -\mu_2 \dots\dots\dots (21)$$

$$\lambda_7 = -\mu_2 - P_2 \dots\dots\dots (22)$$

Mengingat nilai λ_1 positif dan $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7$ negatif, sistem tersebut tidak stabil dititik kritis T_0 . Kestabilan titik kritis endemik terlebih dahulu dianalisa dengan melakukan transformasi terhadap variabel $(B, S_h, I_h, R_h, V, S_m, I_m)$. Sehingga Matriks Jacobi sistem di titik kritis baru $(0, 0, 0, 0, 0, 0)$ memberikan persamaan karakteristik sebagai berikut :

$$a_0\lambda^7 + a_1\lambda^6 + a_2\lambda^5 + a_3\lambda^4 + a_4\lambda^3 + a_5\lambda^2 + a_6\lambda + a_7 = 0 \dots\dots\dots (23)$$

Dengan

$$a_0 = -1, a_1 = -\frac{a}{b}, a_2 = -\frac{c}{b}, a_3 = -\frac{d}{b}, a_4 = -\frac{e}{b}, a_5 = -\frac{f}{b}, a_6 = -\frac{g}{b}, a_7 = -\frac{h}{m}$$

Dimana

$$a = ABE + GB + CE > 0, b = BE > 0, c = HBE + ABG + AEC + GC + EJ > 0,$$

$$d = KEB + HGB + AEC + AGC + AEJ + GJ + EL > 0, e = KBG + KEC + HGC + HEJ + AGJ + AEL + GL > 0$$

$$f = KGC + KEJ + HGJ + HEL + AGL > 0, g = KGJ + KEL + HGL > 0, h = KG > 0, m = M > 0$$

dengan

$$A = X + P_2 + \mu_1 + \mu_2$$

$$B = N_h$$

$$E = N_h N_m (Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)\alpha N_m$$

$$G = N_h N_m (Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1)\mu_2 + k(\mu_2((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)N_m + \gamma Y(\varepsilon + \sigma + \mu_1))\alpha$$

$$C = ((\beta + 3\mu_1 + P_1 + \varepsilon + \sigma + Y\delta)N_h + \alpha k)$$

$$H = X\mu_1 + (X + \mu_1)(\mu_1 + P_2)$$

$$J = (\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1)N_h + (\beta + 2\mu_1 + P_1 + \varepsilon + \sigma)(\alpha k + N_h\mu_1)$$

$$K = X(\mu_2 + P_2)\mu_1$$

$$L = N_h (Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)\alpha$$

$$M = N_h N_m$$

Persamaan karakteristik pada persamaan (23) memiliki koefisien $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ dan a_7 bernilai negatif. Koefisien-koefisien tersebut ditabelkan mengikuti karakteristik *Routh Hurwitz* sebagai berikut :

Tabel 1 : Tabel *Routh Hurwitz*

λ^7	a_0	a_2	a_4	a_6
λ^6	a_1	a_3	a_5	a_7
λ^5	b_1	b_2	b_3	0
λ^4	c_1	c_2	c_3	0
λ^3	d_1	d_2	0	0
λ^2	e_1	e_2	0	0
λ^1	f_1	0	0	0
λ^0	g_1	0	0	0

Dengan

$$\begin{aligned}
 b_1 &= -\frac{ac - db}{ab}, \quad b_2 = -\frac{ae - fb}{ab}, \quad b_3 = -\frac{agm - hb^2}{abm}, \quad c_1 = -\frac{(acd + afb) - (d^2b + a^2e)}{b(ac - db)}, \\
 c_2 &= -\frac{(acfm + ab^2h) - (a^2gm + dbfm)}{bm(ac - db)}, \quad c_3 = -\frac{h}{m}, \\
 d_1 &= -\frac{(acdem + 2afbem + cdbfm + a^2cgm + b^3dh) - (d^2bem + a^2e^2m + b^2f^2m + ac^2fm + acb^2h + adbgm)}{bm((acd + afb) - (d^2b + a^2e))}, \\
 d_2 &= -\frac{(acdgm + afbgm + ab^2eh + cdb^2h) - (d^2bgm + a^2egm + b^3fh + ac^2bh)}{bm((acd + afb) - (d^2b + a^2e))}, \\
 e_1 &= -\frac{\left(\begin{aligned} &g^2 a^2 m^3 + a^2 cbhme + a^2 m^2 e^2 f + ac^2 f^2 m^2 + acfmhb^2 + acd^2 gm^2 + ah^2 b^4 + 3am^2 dfbg + cmd^2 hb^2 \\ &+ m^2 d^2 efb + m^2 f^3 b^2 \\ &- (2a^2 cfm^2 + a^2 dem^2 g + 2a^2 b^2 gmh + ac^2 bhmd + acm^2 def + 2am^2 ef^2 b + cm^2 df^2 b + d^3 bgm^2 + 2mdfb^3 h) \end{aligned} \right)}{bm((macde + mdcfb + 2maefb + a^2 gmc + hb^3 d) - (md^2 be + ma^2 e^2 + mf^2 b^2 + fmac^2 + agmdb + hb^2 ac))}, \\
 e_2 &= -\frac{h}{m}, \\
 f_1 &= -\frac{\left(\begin{aligned} &2b^2 d^2 m^2 chg + bem^3 fgd^2 + 2ab^2 e^2 m^2 fh + 3abdfm^3 g^2 + b^2 dem^2 cfh + 3a^2 bem^2 chg + abde^2 hm^2 c \\ &+ ab^2 m^2 chgf + 2ab^4 eh^2 md + b^4 mch^2 f + a^2 m^3 fge^2 + ab^2 mc^3 h^2 + am^3 c^2 f^2 g + am^3 cg^2 d^2 \\ &+ 3ab^4 h^2 gm + b^4 m^3 f^3 g + g^3 m^3 a^3 \\ &- (3b^3 dm^2 hgf + bdm^3 cf^2 g + 3ab^3 emch^2 + 2abem^3 f^2 g + 2abdm^2 c^2 g + abem^2 fc^2 h + adem^3 cfg \\ &+ ab^2 deh^2 m^2 g + b^3 dmc^2 h^2 + b^3 em^2 f^2 h + b^2 d^2 hm^2 e^2 + 2a^2 m^2 cfg^2 + a^2 dem^2 g^2 + 3a^2 b^2 m^2 h \\ &+ bg^2 m^3 d^3 + h^3 b^3) \end{aligned} \right)}{bm \left(\begin{aligned} &(g^2 m^2 a^3 + a^2 cbhme + a^2 m^2 e^2 f + ac^2 f^2 m^2 + acfmhb^2 + acd^2 gm^2 + ah^2 b^4 + 3am^2 dfbg) \\ &+ cmd^2 hb^2 + m^2 d^2 efb + m^2 f^3 b^2 \\ &- (2a^2 cfm^2 g + a^2 dem^2 g + 2a^2 gmhb^2 + ac^2 bhmd + acm^2 def + 2am^2 efb + cm^2 df^2 b) \end{aligned} \right)}
 \end{aligned}$$

Syarat kestabilan *Routh Hurwitz* terpenuhi karena semua koefisien karakteristik bernilai negatif dan tidak terdapat perubahan tanda dari semua elemen-elemen dari kolom pertama tabel *Routh Hurwitz* karena mempunyai tanda yang sama. Disimpulkan bahwa titik kritis T_1 bersifat stabil.

3.4. Simulasi

Dalam penelitian ini dilakukan simulasi model yang bertujuan untuk mengilustrasikan penyebaran penyakit antraks. Simulasi dilakukan dengan bantuan software matematika Maple 13 dengan memberikan nilai awal dan nilai parameter pada model. Nilai-nilai yang digunakan dalam penelitian ini dinyatakan dalam Tabel 2 dan Tabel 3.

Tabel 2 : Nilai Parameter

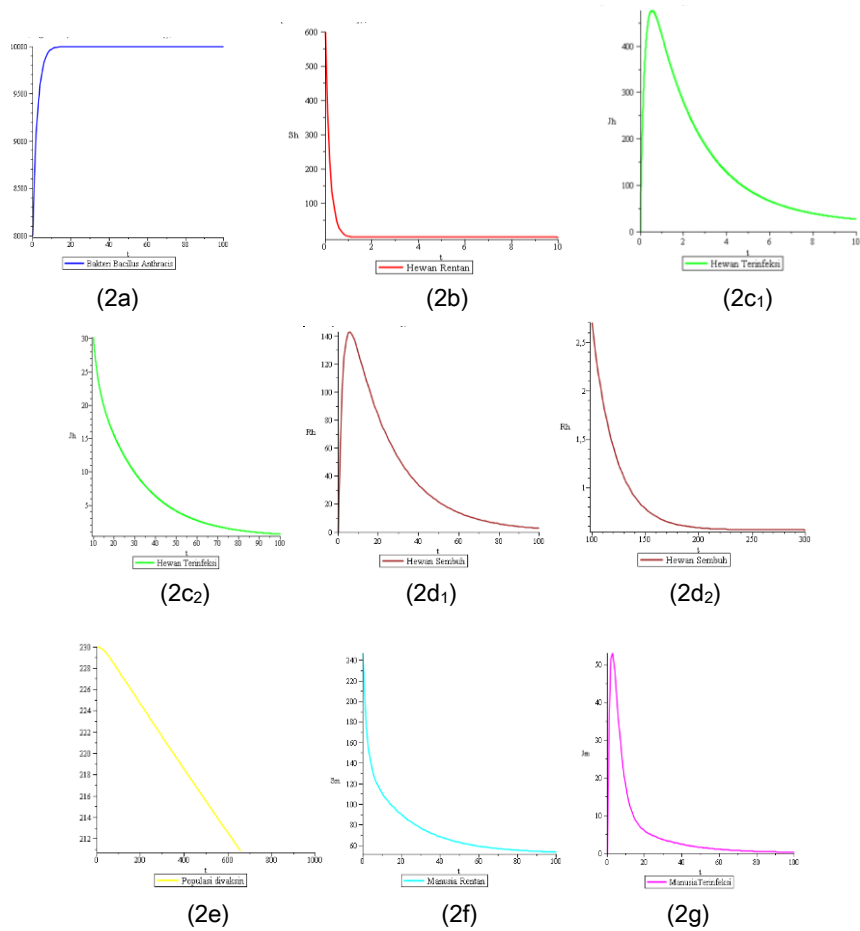
No	Parameter	Nilai	Sumber
1	X	0.04444444	$\frac{1}{\text{Life Time Bakteri}}$ xJum
2	Y	0.08333333	$\frac{1}{\text{Life Time Hewan}}$ xJum

3	Z	0.0105556	$\frac{1}{\text{Life Time Manusia}} \times J_u$
4	α	0.5	Diasumsikan
5	β	0.1428571	Diasumsikan
6	ε	0.0714286	Diasumsikan
7	γ	0.1111111	Diasumsikan
8	δ	0.0333333	Diasumsikan
9	σ	0.0333333	Diasumsikan
10	μ_1	0.0001389	$\frac{1}{\text{Life Time Hewan}}$
11	μ_2	0.0000427	$\frac{1}{\text{Life Time Manusia}}$
12	P_1	0.2941176	Diasumsikan
13	P_2	0.3333333	Diasumsikan
14	k	10000	Diasumsikan

Tabel 3 : Nilai Awal

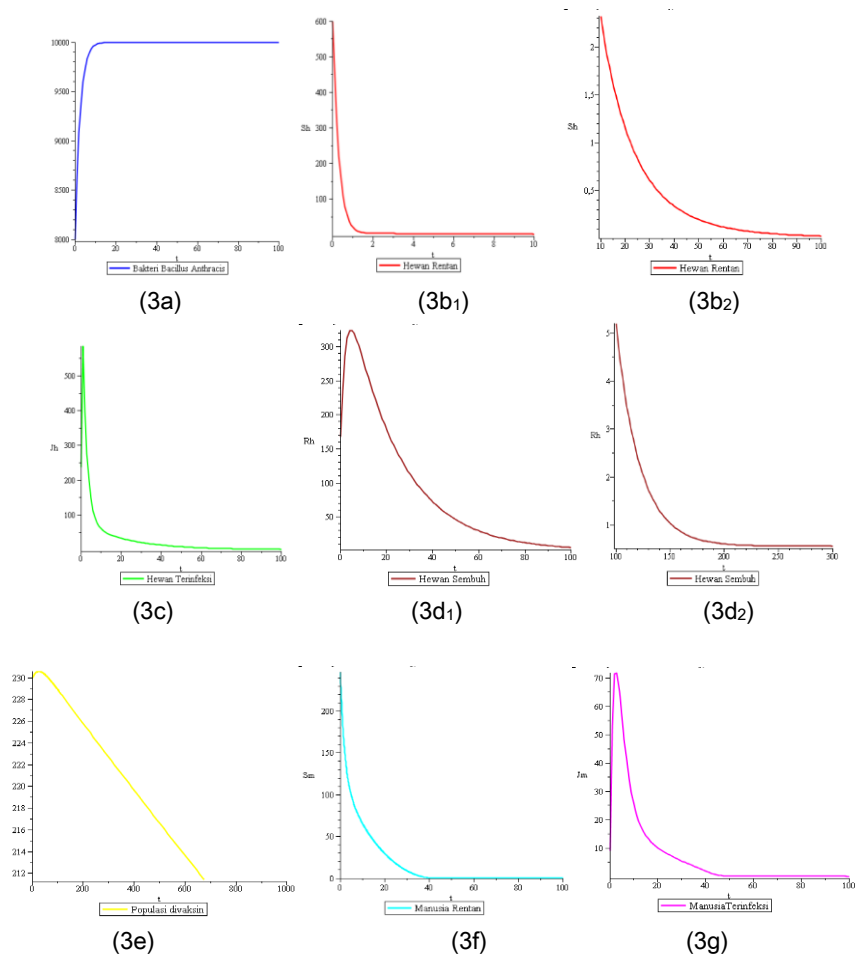
NO	Variabel	Nilai	Sumber
1	B	8000	Adji dan Natalia
2	S_h	600	SKRIPSI, Rahmawati
3	I_h	238	Yakin. E. A
4	R_h	168	Yakin. E. A
5	V	230	Yakin. E. A
6	S_m	247	SKRIPSI, Rahmawati
7	I_m	9	Fahdhienie F, dkk

Simulasi kondisi bebas penyakit antraks pada populasi hewan dengan pemberian vaksinasi diilustrasikan pada Gambar 2 untuk nilai awal bakteri *Bacillus Anthracis* (B) sebanyak 8000 bakteri, hewan rentan (Sh) sebanyak 600 ekor, tidak ada hewan terinfeksi (Ih), tidak ada hewan sembuh (Rh), hewan yang divaksin (V) sebanyak 230 ekor, manusia rentan (Sm) sebanyak 247 orang, dan tidak ada manusia terinfeksi (Im).



Gambar 2 : Kurva Pertumbuhan Bakteri, Populasi Hewan, Populasi Manusia pada Kondisi Bebas Penyakit terhadap Waktu

Simulasi kondisi endemik antraks pada populasi hewan diberikan vaksinasi diilustrasikan pada Gambar 3 untuk nilai awal bakteri *Bacillus Anthracis* (B) sebanyak 8000 bakteri, hewan rentan (Sh) sebanyak 600 ekor, hewan terinfeksi (Ih) sebanyak 238 ekor, hewan sembuh (Rh) sebanyak 168 ekor, hewan yang divaksin (V) sebanyak 230 ekor, manusia rentan (Sm) sebanyak 247 orang, dan manusia terinfeksi (Im) sebanyak 9 orang.



Gambar 3 : Kurva Pertumbuhan Bakteri, Populasi Hewan, Populasi Manusia pada Kondisi Endemik terhadap Waktu

3.5. Pembahasan

Gambar 2a dan 3a menunjukkan bahwa dinamika pertumbuhan bakteri *Bacillus Anthracis* pada kondisi bebas penyakit dan kondisi endemik tidak menunjukkan perbedaan pertumbuhan bakteri, keduanya mengikuti model logistik.

Perbandingan populasi hewan rentan, hewan terinfeksi, hewan sembuh, hewan divaksin, manusia rentan, dan manusia terinfeksi untuk kondisi bebas penyakit dan endemik pada setiap kelompok populasi digambarkan dalam Tabel 4.4 –4. 9.

Tabel 4 : Perbandingan Populasi Hewan Rentan

Kondisi	Keadaan Awal	Dalam 1 hari	Dalam 11 hari	Dalam 22 hari
Bebas Penyakit	600	4	0	0
Endemik	600	9	2	0

Tabel 5 : Perbandingan Populasi Hewan Terinfeksi

Kondisi	Keadaan Awal	Dalam 0.5 hari	Dalam 52 hari	Dalam 100 hari
Bebas Penyakit	0	475	3	0
Endemik	238	584	8	2

Tabel 6 : Perbandingan Populasi Hewan Sembuh

Kondisi	Keadaan Awal	Dalam 4 hari	Dalam 53 hari	Dalam 135 hari
Bebas Penyakit	0	142	18	0
Endemik	168	323	38	1

Tabel 7 : Perbandingan Populasi Hewan diVaksin

Kondisi	Keadaan Awal	Dalam 25 hari	Dalam 651 hari
Bebas Penyakit	230	229	211
Endemik	230	0.6	212

Tabel 8 : Perbandingan Populasi Manusia Rentan

Kondisi	Keadaan Awal	Dalam 31 hari	Dalam 80 hari
Bebas Penyakit	247	75	55
Endemik	247	7	1

Tabel 9 : Perbandingan Populasi Manusia Terinfeksi

Kondisi	Keadaan Awal	Dalam 2 hari	Dalam 31 hari	Dalam 60 hari
Bebas Penyakit	0	52	3	0
Endemik	9	71	5	0

Dari Tabel 4 – 9 dapat diinterpretasikan bahwa dalam waktu yang sama kedua kondisi bebas penyakit dan kondisi endemik menunjukkan perbedaan banyaknya anggota sub populasi hewan terinfeksi dan populasi manusia terinfeksi yang tidak signifikan dan kedua kondisi tersebut menunjukkan keberhasilan vaksinasi khususnya dalam mengendalikan kondisi endemik sehingga populasi hewan terinfeksi dan manusia terinfeksi mengalami penurunan drastis (Gambar 2g dan Gambar 3g).

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, maka dapat di simpulkan bahwa :

1. Model matematika untuk kestabilan penyebaran penyakit antraks dibangun dalam suatu sistem persamaan diferensial tak linier yang terdiri dari 7 persamaan, yakni:

$$\frac{dB}{dt} = XB \left(1 - \frac{B}{k} \right)$$

$$\frac{dS_h}{dt} = Y - \frac{\alpha S_h B}{N_h} + \varepsilon R_h - Y\delta(S_h + \varepsilon R_h) - \mu_1 S_h$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \frac{\alpha S_h B}{N_h} - \beta I_h - \mu_1 I_h - P_1 I_h$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \beta I_h - \varepsilon R_h - \sigma R_h - \mu_1 R_h$$

$$\frac{dV}{dt} = Y\delta(S_h + \varepsilon R_h) + \sigma R_h - \mu_1 V$$

$$\frac{dS_m}{dt} = Z - \frac{\gamma I_h S_m}{N_m} - \mu_2 S_m$$

$$\frac{dI_m}{dt} = \frac{\gamma I_h S_m}{N_m} - \mu_2 I_m - P_2 I_m$$

2. Model penyebaran penyakit antraks memiliki titik kritis bebas penyakit

$T_0 = \left(0, 0, 0, 0, \frac{Y}{Y\delta + \mu_1}, \frac{Y^2 \delta}{\mu_1(Y\delta + \mu_1)}, \frac{Z}{\mu_2} \right)$ yang tidak stabil. Hal ini menunjukkan bahwa kondisi bebas

penyakit tidak bersifat tetap. Adapun titik kritis endemik $T_1 = (B, S_h, I_h, R_h, V, S_m, I_m)$ dimana

$$B = k$$

$$S_h = \frac{YN_h(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1)}{(N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\beta Y\delta + \mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)\alpha)}$$

$$I_h = \frac{Y\alpha k(\varepsilon + \sigma + \mu_1)}{(N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\beta Y\delta + \mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)\alpha)}$$

$$R_h = \frac{Y\beta\alpha k}{(N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\beta Y\delta + \mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)\alpha)}$$

$$V = \frac{Z \left(\frac{N_m N_h (Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1)}{+(\beta Y\delta + \mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma} \alpha N_m \right)}{N_m N_h (Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1)\mu_2 + k(\mu_2((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\beta Y\delta + \mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)N_m + \gamma Y(\varepsilon + \sigma + \mu_1))\alpha}$$

$$S_m = \frac{\gamma Y \alpha k (\varepsilon + \sigma + \mu_1) Z}{(\mu_2 + P_2) \left(\frac{N_m N_h (Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1)\mu_2}{+k(\mu_2((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1 + (\beta Y\delta + \mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma)N_m + \gamma Y(\varepsilon + \sigma + \mu_1))\alpha} \right)}$$

$$I_m = \frac{Y(Y\delta\varepsilon N_h(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k\alpha(Y\delta\varepsilon + \sigma)\beta)}{\mu_1 \left(\frac{N_h(Y\delta + \mu_1)(\beta + \mu_1 + P_1)(\varepsilon + \sigma + \mu_1) + k((\beta + \mu_1 + P_1)\mu_1)}{+(\beta Y\delta + \mu_1 + P_1)\varepsilon + (\beta + \mu_1 + P_1)\sigma} \alpha \right)}$$

yang stabil menunjukkan bahwa penyakit antraks pada populasi hewan dengan pemberian vaksinasi pada hewan akan menetap.

3. Hasil simulasi menunjukkan bahwa dalam waktu yang sama kedua kondisi bebas penyakit dan kondisi endemik memberikan perbedaan banyaknya anggota sub populasi hewan terinfeksi dan populasi manusia terinfeksi yang tidak signifikan dan menunjukkan keberhasilan vaksinasi khususnya dalam mengendalikan kondisi endemik sehingga populasi hewan terinfeksi dan manusia terinfeksi mengalami penurunan drastis.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Adji, R.S., dan Natalia L, Antraks, *Pengendalian Penyakit Antraks: Diagnosis, Vaksinasi dan Investigasi*, Balai Besar Veteriner, 2006, Bogor., 198; 202, 16(4).
- [2]. Astiti, L.G.S., *Manajemen Pencegahan dan Pengendalian Penyakit pada Ternak Sapi*, Balai Pengkajian Teknologi Pertanian, 2010, Nusa Tenggara Barat, 5.
- [3]. Hardjoutomo. S., dan Poerwadikarta. M.B., *Kajian Retrospektif Antraks di Daerah Endemik Menggunakan Uji Enzyme-Linked Immunosorbent Assay (ELISA)*, Balai Penelitian Veteriner, 1996, Bogor, 127, 2 (2).
- [4]. H.S, Gigieh. S, *Pengaruh Pendidikan Kesehatan Tentang Pencegahan Penyakit Antraks Terhadap Pengetahuan dan Sikap Peternak Sapi di Desa Brojol Miri Sragen*, Skripsi S1 Program Studi Keperawatan Fakultas Ilmu Kesehatan, 2012, Surakarta: Universitas Muhammadiyah Surakarta, 5.
- [5]. Yakin, E.A., *Vaksinasi Anthrax di Indonesia*, Widyatama, 2010, Bandung, 2-3, 19(1).