

## ANALISIS KESTABILAN MODEL PENYEBARAN PENYAKIT TUNGRO PADA TANAMAN PADI MELALUI VEKTOR WERENG HIJAU (*NEPHOTETIX VIRESCENS*)

A. Landita<sup>1</sup>, R. Ratianingsih<sup>2</sup>, dan N. Nacong<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Tadulako

Jalan Soekarno-Hatta Km. 09 Tondo, Palu 94118, Indonesia.

<sup>1</sup>ana.sistar@yahoo.com, <sup>2</sup>ratianingsih@yahoo.com, <sup>3</sup>nasrianacong@gmail.com

### ABSTRACT

Tungro is a disease of rice plant (*Oryza sativa*) caused by *tungro rice plant virus* called *Rice Tungro Baciliform Virus* (RTBV) and *Rice Tungro Spherical Virus* (RTSV). Those viruses are transmitted by green planthopper vector (*Nephotettix virescens*). Rice tungro virus, that attack at vegetative phase, could make the rice plant tiny. This research governs a tungro transmission model that consider the rate of growth, natural mortality and virus infection as parameters. The interaction between green planthopper vector and spider as the predator of it is also considered. The other one is the probability of successes contacts between the green planthopper vectors with the susceptible rice population and tungro infected rice. The model, that modified from Susceptible-Infected (SI) model, has two

critical endemic points of, 
$$T_1 = \left( \frac{A\mu_3}{\mu_1\mu_3 + \gamma C + \alpha\mu_3}, \frac{A\alpha\mu_3^2}{(\mu_1\mu_3 + \gamma C + \alpha\mu_3)(\mu_1\mu_3 + C - \gamma C)}, \frac{C}{\mu_3}, 0, \frac{B\mu_3}{\mu_2\mu_3 + C\beta} \right)$$
 and 
$$T_2 = \left( \frac{A\rho}{\mu_1\rho - \gamma D + \gamma\mu_4 + \alpha\rho}, \frac{\alpha A\rho^2}{(\mu_1\rho - \gamma D + \gamma\mu_4 + \alpha\rho)(\mu_1\rho - D + \mu_4 + \gamma D - \gamma\mu_4)}, \frac{\mu_4 - D}{\rho}, \frac{-C\rho + \mu_3(\mu_4 - D)}{(-\mu_4 + D)\rho}, \frac{B\rho}{\mu_2\rho + \beta(\mu_4 - D)} \right).$$
 The

stability of both points are analyzed using linearity and Routh hurwitz criteria. To reach their stability, the first critical point requires the values of natural death of green planthopper vector that must bigger than natural death of rice plant and the second critical point requires the natural growth rate of the spider predator must smaller than its natural death.

**Keywords** : Analysis of Stability, Routh-Hurwitz Criteria, Tungro

### ABSTRAK

Tungro merupakan penyakit pada tanaman padi (*Oryza sativa*). Penyakit ini disebabkan oleh virus tungro padi yaitu *Rice Tungro Baciliform Virus* (RTBV) dan *Rice Tungro Spherical Virus* (RTSV). Virus tersebut dibawa oleh vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*). Serangan virus tungro padi terjadi pada fase vegetatif yang menyebabkan tanaman padi menjadi kerdil. Pada penelitian ini dikaji model penyebaran penyakit tungro yang dipengaruhi oleh laju pertumbuhan, kematian alami, interaksi vektor wereng hijau dan predator laba-laba, peluang kontak antara vektor wereng hijau dengan padi rentan dan padi terinfeksi tungro, dan laju infeksi virus tungro padi. Model tersebut dibangun dengan model matematika *Susceptible-Infected* (SI). Pada model tersebut diperoleh 2 titik kritis

endemik

$$T_1 = \left( \frac{A\mu_3}{\mu_1\mu_3 + \gamma C + \alpha\mu_3}, \frac{A\alpha\mu_3^2}{(\mu_1\mu_3 + \gamma C + \alpha\mu_3) \cdot (\mu_1\mu_3 + C - \gamma C)}, \frac{C}{\mu_3}, 0, \frac{B\mu_3}{\mu_2\mu_3 + C\beta} \right) \quad \text{dan}$$

$$T_2 = \left( \frac{A\rho}{\mu_1\rho - \gamma D + \gamma\mu_4 + \alpha\rho}, \frac{\alpha A\rho^2}{(\mu_1\rho - \gamma D + \gamma\mu_4 + \alpha\rho) \cdot (\mu_1\rho - D + \mu_4 + \gamma D - \gamma\mu_4)}, \frac{\mu_4 - D}{\rho}, \frac{-C\rho + \mu_3(\mu_4 - D)}{(-\mu_4 + D)\rho}, \frac{B\rho}{\mu_2\rho + \beta(\mu_4 - D)} \right); \quad \text{Kedua titik tersebut}$$

dianalisis kestabilannya menggunakan metoda linearisasi dan kriteria Routh hurwitz. Pada titik kritis pertama diberikan syarat bahwa kematian alami vektor wereng hijau (lebih besar) berbanding terbalik dengan kematian alami padi rentan dan titik kritis kedua diberikan syarat bahwa laju pertumbuhan alami predator laba-laba lebih kecil dari kematian alaminya sehingga menyebabkan kedua titik kritis bersifat stabil.

**Kata Kunci** : Analisis Kestabilan, Kriteria *Routh-Hurwitz*, Tungro

## I. PENDAHULUAN

Padi adalah tanaman pangan yang sangat penting di dunia, terutama di Indonesia. Indonesia merupakan negara produksi beras ketiga setelah China dan India. Produksi beras Indonesia masih harus ditingkatkan untuk mencukupi permintaan sekitar 275 juta orang penduduk pada tahun 2025. Kebutuhan beras Indonesia dipenuhi oleh budidaya padi pada lahan seluas 10,6 juta hektar, atau sekitar 7,2% dari luas pertanaman padi dunia (Sugeng, 2001).

Sulawesi Tengah memiliki potensi pengembangan padi yang cukup luas, dengan luas sawah sebesar 146.721 ha. Data Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Tengah (2013) menunjukkan bahwa luas panen pada tahun 2010 mencapai 208.628 ha dengan produksi padi sawah 957.107 ton dan pada tahun 2011 luas panen meningkat mencapai 221.846 ha dengan produksi padi sawah 1.041.789 ton, selanjutnya pada tahun 2012 luas panen mencapai 229.080 ha dengan produksi padi sawah menurun hingga 1.024.315 ton. Dari data tersebut menunjukkan bahwa produksi padi sawah di Sulawesi Tengah dari tahun 2010 hingga tahun 2011 mengalami peningkatan namun pada tahun 2012 produksi padi sawah menurun.

Salah satu faktor yang menghambat dan mengurangi hasil produksi padi adalah infeksi penyakit tungro pada tanaman padi. Bertambahnya kemajuan teknologi dibidang pertanian memungkinkan terjadinya perubahan lingkungan, sehingga penanganan terhadap penyakit tungro perlu karena kehilangan hasil panen akibat serangan penyakit tungro ini sangat memprihatinkan.

Penyakit Tungro merupakan salah satu penyakit penting pada tanaman padi karena memiliki potensi menyebabkan kerusakan yang tinggi. Faktor-faktor itulah yang menyebabkan penulis tertarik membangun model penyebaran penyakit tungro pada tanaman padi melalui vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) sehingga dapat dikaji perilaku penyebaran penyakit tungro tersebut. Model penyebarannya dianalisis menggunakan metoda linearisasi dan kriteria Routh Hurwitz.

## II. METODE PENELITIAN

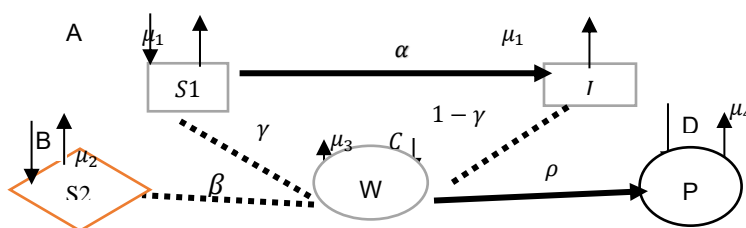
1. Memulai penelitian.
2. Mengkaji literatur untuk membangun model penyebaran penyakit tungro yang disebabkan oleh virus tungro padi melalui vektor wereng hijau (*Nephotetix virescens*).
3. Membangun model penyebaran penyakit tungro yang disebabkan oleh virus tungro padi melalui vektor wereng hijau (*Nephotetix virescens*).
4. Menyelesaikan model tentang penyebaran penyakit tungro yang disebabkan oleh virus tungro padi melalui vektor wereng (*Nephotetix virescens*).
5. Menginterpretasikan model penyebaran penyakit tungro yang disebabkan oleh virus tungro padi dengan vektor wereng hijau (*Nephotetix virescens*).

## III. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1. Hasil

#### 3.1.1. Model Matematika Untuk Penyebaran Penyakit Tungro

Model yang dibangun pada bagian ini memperhatikan fakta-fakta dan asumsi-asumsi sehingga adaptasi model SI (*Susceptible, Infected*) untuk kelompok populasi tanaman padi yang rentan ( $S_1$ ) dan populasi tanaman padi yang terinfeksi ( $I$ ) akan dilengkapi oleh kelompok populasi eksternal, yaitu populasi vektor Wereng hijau (*Nephotetix virescens*) dengan simbol ( $W$ ), populasi predator wereng hijau ( $P$ ), dan populasi virus tungro padi ( $S_2$ ) sebagai penyebab penyakit tungro tanaman padi. Dalam penelitian ini predator yang dimaksud adalah Laba-laba serigala (*Lycosa pseudoanulata*). Skema pertumbuhan, kematian, dan interaksi dari masing-masing populasi yang menggambarkan penyebaran penyakit tungro pada tanaman padi yang disebabkan oleh virus tungro padi dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1 : Alur penyebaran penyakit tungro pada tanaman padi dalam model epidemik SI.

Pada gambar 1 menyatakan alur penyebaran penyakit tungro pada tanaman padi dalam model endemik  $SI$  yang terbagi dalam beberapa subpopulasi yaitu tanaman padi yang rentan dan kelas populasi tanaman padi yang terinfeksi tungro ( $I$ ) akan dilengkapi oleh kelas populasi eksternal, yaitu kelas populasi wereng hijau dewasa (*Nephotettix virescens*) ( $W$ ), kelas

populasi virus tungro padi ( $S_2$ ), dan kelas populasi predator laba-laba (*Lycosa pseudoannulata*) ( $P$ ). Parameter yang terkait adalah laju perubahan dari padi rentan ke padi yang terinfeksi ( $\alpha$ ), Peluang kontak antara padi yang rentan dengan vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) ( $\gamma$ ), peluang kontak anatar padi terinfeksi tungro dengan vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) ( $1 - \gamma$ ), laju infeksi virus yang dibawa oleh vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) ( $\beta$ ), laju interaksi predator laba-laba (*Lycosa pseudoannulata*) dengan vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) ( $\rho$ ), dan laju kematian alami ( $\mu$ ).

Rangkaian proses pertumbuhan, kematian dan interaksi antar subpopulasi tersebut dinyatakan dalam sistem persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dS_1}{dt} = A - \mu_1 S_1 - \gamma S_1 W - \alpha S_1 \quad (3.1.a)$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha S_1 - \mu_1 I - (1 - \gamma) I W \quad (3.1.b)$$

$$\frac{dW}{dt} = C - \mu_3 W - \rho P W \quad (3.1.c)$$

$$\frac{dP}{dt} = \rho P W + D P - \mu_4 P \quad (3.1.d)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = B - \mu_2 S_2 - W \beta S_2 \quad (3.1.e)$$

### 3.1.2. Menentukan Titik Kritis

Titik kritis diperoleh jika persamaan (3.1.a)–(3.1.e) berada dalam keadaan stagnan yang secara matematis dilakukan dengan meninjau ruas kanan sistem persamaan (3.1) sama dengan nol.

Mengingat  $\frac{dS_1}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dW}{dt} = 0, \frac{dP}{dt} = 0, \frac{dS_2}{dt} = 0$  maka diperoleh titik kritis:

$$T_1 = \left( \frac{A\mu_3}{\mu_1\mu_3 + \gamma C + \alpha\mu_3}, \frac{A\alpha\mu_3^2}{(\mu_1\mu_3 + \gamma C + \alpha\mu_3) \cdot (\mu_1\mu_3 + C - \gamma C)}, \frac{C}{\mu_3}, 0, \frac{B\mu_3}{\mu_2\mu_3 + C\beta} \right) \text{ dan}$$

$$T_2 = \left( \frac{A\rho}{\mu_1\rho - \gamma D + \mu_4 + \alpha\rho}, \frac{\alpha A\rho^2}{(\mu_1\rho - \gamma D + \mu_4 + \alpha\rho) \cdot (\mu_1\rho - D + \mu_4 + \gamma D - \gamma\mu_4)}, \frac{\mu_4 - D}{\rho}, \frac{-C\rho + \mu_3(\mu_4 - D)}{(-\mu_4 + D)\rho}, \frac{B\rho}{\mu_2\rho + \beta(\mu_4 - D)} \right).$$

Titik kritis  $T_1$  dan  $T_2$  dikategorikan sebagai titik endemik karena keberadaan populasi infeksi  $I$  pada kedua titik kritis tersebut. Eksistensi titik  $T_1$  dipenuhi jika

$I = \frac{A\alpha\mu_3^2}{(\mu_1\mu_3 + \gamma C + \alpha\mu_3) \cdot (\mu_1\mu_3 + C - \gamma C)}$  bernilai positif. Nilai tersebut akan positif jika dan hanya jika penyebutnya bernilai positif yaitu jika  $\mu_1\mu_3 + C - \gamma C > 0$  atau  $\mu_1\mu_3 > C(1-\gamma)$ . Mengingat  $(1-\gamma)$  adalah peluang kontak vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) dengan padi terinfeksi tungro dan  $C$  adalah pertumbuhan alami vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*), maka hasil tersebut memberikan arti bahwa  $\mu_1$  berbanding terbalik dengan  $\mu_3$ . Dapat diinterpretasikan bahwa jika laju kematian alami vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) ( $\mu_3$ ) meningkat maka laju kematian alami tanaman padi menurun ( $\mu_1$ ). Sebaliknya jika laju kematian alami tanaman padi ( $\mu_1$ ) meningkat maka laju kematian alami vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) ( $\mu_3$ ) akan menurun.

Mengingat eksistensi  $w^* = \frac{\mu_4 - D}{\rho} > 0$  mensyaratkan  $\mu_4 - D > 0 \Rightarrow \mu_4 > D$  maka eksistensi titik  $T_2$  dengan  $P^* = \frac{-C\rho - \mu_3 D + \mu_3 \mu_4}{(-\mu_4 + D)\rho}$  mensyaratkan penyebut dari  $P^*$  bernilai negatif. Sehingga  $P^* = -C\rho + \mu_3(\mu_4 - D) > 0$  memerlukan syarat, yaitu  $\mu_3 > \frac{C\rho}{\mu_4 - D} \Rightarrow \mu_3 > \frac{C\rho}{\varepsilon}$ , dimana  $\varepsilon$  adalah  $\mu_4 - D$ . Dapat diinterpretasikan bahwa jika tingkat kematian alami vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) ( $\mu_3$ ) meningkat maka tingkat kematian alami predator laba-laba serigala (*Lycosa pseudoannulata*) ( $\mu_4$ ) menurun.

Eksistensi titik  $S1^* = \frac{A\rho}{\mu_1\rho - \gamma D + \gamma\mu_4 + \alpha\rho}$  yang bernilai positif terpenuhi jika  $\mu_1\rho - \gamma D + \gamma\mu_4 + \alpha\rho > 0 \Rightarrow \mu_1 + \frac{\alpha\gamma}{\rho}(D - \mu_4) \Rightarrow \mu_1 > \frac{\alpha\gamma}{\rho}(\mu_4 - D) \Rightarrow \frac{\rho}{\alpha\gamma}(\mu_1 + D) > \mu_4$ . Dapat diinterpretasikan bahwa tingkat kematian alami predator laba-laba (*Lycosa pseudoannulata*) harus dibatasi. Eksistensi titik  $S2^* = \frac{B\rho}{\mu_2\rho + \mu_4\beta - \beta D}$  bernilai positif jika  $\mu_2\rho + \beta(\mu_4 - D) > 0 \Rightarrow \mu_2\rho > \beta(D - \mu_4) \Rightarrow \mu_2 > \frac{\beta(D - \mu_4)}{\rho}$ . Dapat diinterpretasikan bahwa tingkat kematian alami virus tungro padi harus ditingkatkan, sehingga lebih dari  $\frac{\beta(D - \mu_4)}{\rho}$ .

Eksistensi  $T_2$  dipenuhi jika  $I^* = \frac{\alpha A\rho^2}{(\mu_1\rho + \gamma\mu_4 - \gamma D + \alpha\rho) \cdot (\mu_1\rho + \mu_4 - D + \gamma D - \gamma\mu_4)}$  bernilai positif. Dari eksistensi titik  $S1^* = \frac{A\rho}{\mu_1\rho - \gamma D + \gamma\mu_4 + \alpha\rho}$  telah diketahui bahwa  $S1 > 0$  dijamin

$\mu_1\rho + \gamma\mu_4 - \gamma D + \alpha\rho$  positif sehingga untuk menunjukkan  $I^*$  sama dengan bernilai positif maka  $(\mu_1\rho + \mu_4 - D + \gamma D - \gamma\mu_4) > 0$  yaitu jika  $(\mu_1\rho + \mu_4 - D + \gamma D - \gamma\mu_4) > 0$   
 $\Rightarrow \mu_1 > \frac{(\mu_4 - D)(\gamma - 1)}{\rho}$ , mengingat  $\mu_4 - D > 0$  maka diperoleh syarat  $\mu_1 > \frac{(\varepsilon)(1 - \gamma)}{\rho}$ . Dapat diinterpretasikan bahwa eksistensi kelompok populasi padi terinfeksi ada bila kematian alami tanaman padi ( $\mu_1$ ) melebihi  $\frac{(\varepsilon)(1 - \gamma)}{\rho}$ .

### 3.1.3. Analisa Kestabilan di sekitar Titik Kritis

#### a. Kestabilan sistem di titik kritis ( $T_1$ )

Titik kritis pertama merupakan titik kritis endemik tanpa predator. Kestabilan di titik kritis tersebut diperoleh berdasarkan nilai eigen dari Matriks Jacobi yang diperoleh dari linearisasi model. Titik kritis ( $T_1$ ) dan ( $T_2$ ) bukan titik kritis nol maka terlebih dahulu dilakukan transformasi.

Pada titik kritis ( $T_1$ ) matriks Jacobi yang dievaluasi di titik kritis baru diperoleh sebagai berikut:

$$Ja_1 = \begin{pmatrix} k & 0 & l & 0 & 0 \\ \alpha & m & n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_3 - \rho P & q & 0 \\ 0 & 0 & \rho P & r & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 & t \end{pmatrix} \quad (6)$$

Dimana:

$$k = -\mu_1 - \frac{\gamma C}{\mu_3} - \alpha, \quad l = -\frac{\gamma A \mu_3}{\mu_1 \mu_3 + \gamma C + \alpha \mu_3}, \quad m = -\mu_1 - \frac{(1 - \gamma)C}{\mu_3}, \quad n = \frac{-(1 - \gamma)A \alpha \mu_3^2}{(\mu_1 \mu_3 + \gamma C + \alpha \mu_3) \cdot (\mu_1 \mu_3 + C - \gamma C)},$$

$$q = -\frac{\rho C}{\mu_3}, \quad r = \frac{\rho C}{\mu_3} + D - \mu_4, \quad s = -\frac{\beta B \mu_3}{\mu_2 \mu_3 + C \beta}, \quad t = -\mu_2 - \frac{C \beta}{\mu_3}.$$

diperoleh solusi dari persamaan karakteristiknya berupa nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -\mu_1 - \frac{\gamma C}{\mu_3} - \alpha \qquad \lambda_2 = -\mu_1 - \frac{(1 - \gamma)C}{\mu_3}$$

$$\lambda_3 = -\mu_3 \qquad \lambda_4 = \frac{\rho C}{\mu_3} + D - \mu_4 \qquad \lambda_5 = -\mu_2 - \frac{C \beta}{\mu_3}$$

Nilai  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_5$  bernilai negatif karena diasumsikan semua parameter bernilai positif. Agar  $\lambda_4$  bernilai negatif, maka  $\lambda_4 < 0$  jika  $\frac{\rho C}{\mu_3} + D - \mu_4 < 0 \Rightarrow \frac{\rho C}{\mu_3} < \mu_4 - D$ ,

Mengingat syarat eksist  $T_2 = \mu_3 > \frac{\rho C}{\mu_4 - D}$  maka  $\lambda_4$  bernilai negatif. Sehingga titik kritis  $T_1$  bersifat stabil.

b. Kestabilan sistem di titik kritis ( $T_2$ )

Pada titik kritis kedua ( $T_2$ ) merupakan titik kritis endemik dengan predator. Nilai eigen matriks  $Ja_2$  diperoleh dari solusi persamaan karakteristik  $\det(Ja_2 - \lambda I) = 0$

$$\det = \begin{vmatrix} a - \lambda & 0 & b & 0 & 0 \\ \alpha & d - \lambda & e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f - \lambda & g & 0 \\ 0 & 0 & h & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 & k - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

Dalam bentuk polinom, persamaan karakteristik untuk matriks  $Ja_2$  adalah

$$(a - \lambda)(d - \lambda)(-fk\lambda + f\lambda^2 + k\lambda^2 - \lambda^3 - hgk + hg\lambda) = 0 \quad (8)$$

$$a = -\mu_1 + \frac{\gamma D - \gamma\mu_4}{\rho} - \alpha, \quad d = -\mu_1 + \frac{D - \mu_4 - \gamma D + \gamma\mu_4}{\rho}, \quad f = -\mu_3 + \frac{C\rho + \mu_3 D - \mu_3\mu_4}{D - \mu_4}, \quad g = D - \mu_4,$$

$$h = \frac{\mu_3\mu_4 - C\rho - \mu_3 D}{D - \mu_4}, \quad k = -\mu_2 + \left(\frac{D - \mu_4}{\rho}\right)\beta.$$

Suku pertama dan kedua persamaan (6) diperoleh  $(a - \lambda)(d - \lambda)$  sehingga nilai eigennya yaitu:

$$\lambda_1 = -\mu_1 + \frac{\gamma D - \gamma\mu_4}{\rho} - \alpha \quad \lambda_2 = -\mu_1 + \frac{D - \mu_4 - \gamma D + \gamma\mu_4}{\rho}$$

Mengingat  $\mu_4 - D > 0$ , hal tersebut memberikan arti bahwa nilai  $\mu_1$  yang memenuhi

$$\mu_1 > \frac{\alpha\gamma}{\rho}(\mu_4 - D) > 0 \quad \text{sehingga } \lambda_1 \text{ bernilai negatif.}$$

Mengingat  $\mu_4 - D > 0$  dan  $0 \leq \gamma \leq 1$ , hal ini memberikan arti bahwa  $\lambda_2$  bernilai negatif bila laju kematian alami padi ( $\mu_1$ ) dibatasi.

Suku ketiga untuk persamaan (6) dapat ditentukan kestabilannya dengan menggunakan Tabel Routh di bawah ini:

$$\text{Mengingat suku ketiga adalah } -a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda - a_3$$

dengan  $a_1 = fk, a_2 = fk - hg, a_3 = hkg$ .

$$\begin{array}{l|lll} \lambda^3 & -1 & a_2 & 0 \\ \lambda^2 & a_1 & a_3 & 0 \\ \lambda^1 & b_1 & 0 & 0 \\ \lambda^0 & c_1 & 0 & 0 \end{array}$$

$$b_1 = \frac{(a_1 a_2 - a_0 a_3)}{a_1}, \quad c_1 = \frac{(b_1 a_3 - a_1 b_2)}{b_1}$$

Keterangan:

$$a_1 = -\mu_3 + \frac{(D - \mu_4)\mu_3 + C\rho}{D - \mu_4} - \mu_2 + \frac{\beta(D - \mu_4)}{\rho}, \quad a_2 = \frac{-\mu_3\mu_4^2 + ((\rho + \beta)C + 2\mu_3 D)\mu_4 + ((-\rho - \beta)D + \mu_2\rho)C - \mu_3 D^2}{D - \mu_4},$$

$$a_3 = \frac{((D - \mu_4)\mu_3 + C\rho)(-\mu_2\rho + \beta(D - \mu_4))}{\rho}$$

$$a_1 = -\mu_3 + \frac{(D - \mu_4)\mu_3 + C\rho}{D - \mu_4} - \mu_2 + \frac{\beta(D - \mu_4)}{\rho} \text{ akan bernilai negatif jika } C\rho > (D - \mu_4)\mu_3 \text{ dan } D < \mu_4.$$

$$a_2 = \frac{-\mu_3\mu_4^2 + ((\rho + \beta)C + 2\mu_3D)\mu_4 + ((-\rho - \beta)D + \mu_2\rho)C - \mu_3D^2}{D - \mu_4} \text{ akan bernilai negatif jika } \mu_2\rho > (-\rho - \beta)D.$$

$$a_3 = \frac{((D - \mu_4)\mu_3 + C\rho)(-\mu_2\rho + \beta(D - \mu_4))}{\rho} \text{ dijamin negatif melihat } a_1 \text{ telah negatif.}$$

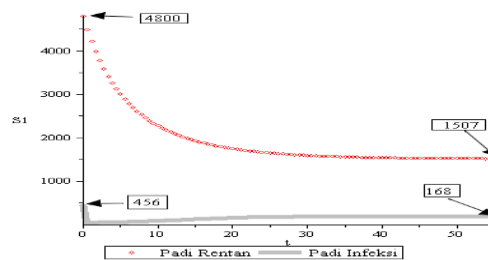
Semua suku pada kolom pertama tabel *Routh-Hurwitz* harus bertanda negatif agar persamaan menjadi stabil, mengingat  $a_0, a_1, a_2$  dan  $a_3$  mengakibatkan  $b_1$  dan  $C_1$  bernilai negatif, sehingga tidak ada perubahan tanda pada kolom pertama mengakibatkan titik kritis endemik 2 ( $T_2$ ) bersifat stabil.

### 3.1.4. Simulasi Model

#### a. Simulasi Model ( $T_1$ )

Model penyebaran penyakit tungro pada tanaman padi melalui Vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) dilakukan dengan menggunakan program Maple13 dengan memberikan nilai-nilai awal kelompok populasi padi rentan sebanyak 4800 rumpun, padi terinfeksi tungro sebanyak 456 rumpun, virus tungro padi sebanyak 2, dan vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) sebanyak 16 ekor (Arifin dkk, 1997). Adapun nilai-nilai parameternya yaitu  $A = 160, B = 10, C = 0.17, D = 0.242, \alpha = 0.095, \mu_1 = 0.008, \mu_2 = 0.0027, \mu_3 = 0.2, \mu_4 = 0.0083, \gamma = 0.0033, 1 - \gamma = 0.997, \beta = 0.5, \rho = 0.25$ .

Simulasi pertumbuhan populasi padi rentan, populasi padi terinfeksi tungro ditunjukkan pada Gambar 2.

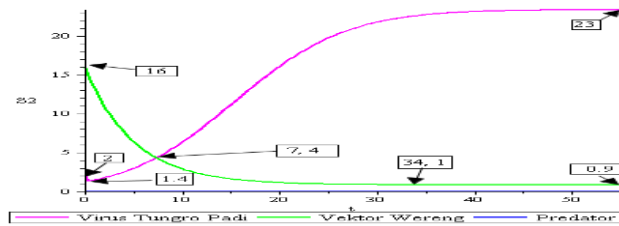


Gambar 2 : laju perubahan populasi padi rentan ( $S_1$ ) dan populasi padi terinfeksi tungro ( $I$ ) terhadap waktu

Garis merah dan garis abu-abu pada Gambar 2 terlihat bahwa garis tersebut mengarah pada titik kritisnya, yaitu 1507 rumpun dan 168 rumpun masing-masing untuk populasi padi rentan dan padi terinfeksi tungro.



Simulasi pertumbuhan populasi vektor wereng hijau, populasi predator laba-laba dan populasi virus tungro ditunjukkan pada Gambar 3.

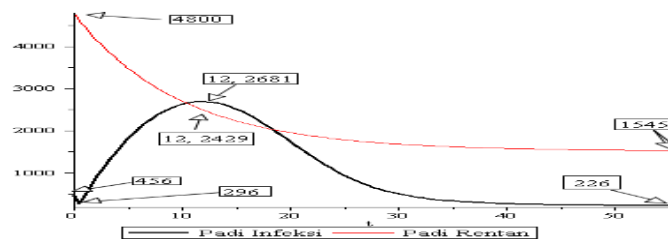


Gambar 3 : laju perubahan populasi vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) ( $W$ ), populasi predator laba-laba (*L. Pseudoannulata*) ( $P$ ) dan populasi virus tungro padi ( $S_2$ ) terhadap waktu

Gambar 3 menunjukkan bahwa garis tersebut mengarah pada titik kritisnya, yaitu 0,9 atau 1 ekor dan 23 untuk masing-masing vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) dan virus tungro padi.

b. Simulasi Model ( $T_2$ )

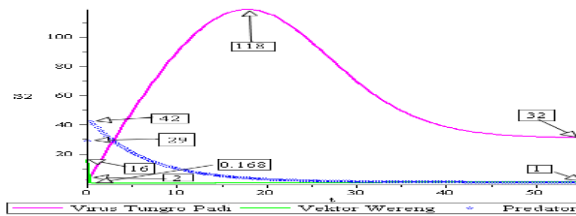
Untuk nilai-nilai parameternya yaitu  $A = 160, B = 10, C = 0.17, D = 0.4, \alpha = 0.095, \mu_1 = 0.008, \mu_2 = 0.0027, \mu_3 = 0.033, \mu_4 = 0.0083, \gamma = 0.0033, 1 - \gamma = 0.997, \beta = 0.5, \rho = 0.25$  . dengan memberikan nilai-nilai awal kelompok populasi padi rentan sebanyak 4800 rumpun, padi terinfeksi tungro sebanyak 456 rumpun, virus tungro padi sebanyak 2, vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) sebanyak 16 ekor, dan predator laba-laba (*L. Pseudoannulata*) sebanyak 29 ekor.



Gambar 4 : Laju perubahan populasi padi rentan ( $S_1$ ) dan populasi padi terinfeksi tungro ( $I$ ) terhadap waktu

Pada Gambar 4 memperlihatkan bahwa populasi padi rentan ( $S_1$ ) dan populasi padi terinfeksi tungro yaitu 1545 rumpun dan 226 rumpun yang mengarah pada titik kritisnya.

Simulasi pertumbuhan populasi vektor wereng hijau, populasi predator laba-laba dan populasi virus tungro ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 5 : Laju perubahan populasi vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) ( $W$ ) populasi predator laba-laba (*L. pseudoannulata*) ( $P$ ) dan virus tungro padi ( $S_2$ ) terhadap waktu

Pada Gambar 5 terlihat bahwa garis-garis tersebut mengarah pada titik kritisnya, yaitu populasi vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) mencapai 0,636 ekor atau 1 ekor, populasi predator laba-laba (*L. pseudoannulata*) mencapai 1 ekor dan virus tungro padi yang dibawa oleh vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) mencapai 32.

### 3.2. Pembahasan

Sistem dinamik persamaan diferensial (3.1.a) – (3.1.e) memberikan dua titik kritis endemik. Gambar 2 memperlihatkan laju perubahan populasi padi rentan ( $S_1$ ) dan populasi padi terinfeksi tungro ( $I$ ) terhadap waktu untuk titik kritis endemik 1 ( $T_1$ ) menunjukkan bahwa populasi padi rentan ( $S_1$ ) akan terus berkurang hingga mencapai 1507 rumpun pada hari ke-55. Sementara itu populasi padi terinfeksi tungro ( $I$ ) pada hari pertama menurun hingga 30 rumpun. Kemudian menunjukkan peningkatan sampai hari ke-30 mencapai 169 rumpun. dan populasi padi terinfeksi tungro ( $I$ ) dari hari ke-31 menjadi 168 rumpun tidak mengalami perubahan. Sedangkan Gambar 4 menunjukkan laju perubahan populasi padi rentan ( $S_1$ ) dan populasi padi terinfeksi tungro ( $I$ ) terhadap waktu untuk titik kritis endemik 2 ( $T_2$ ) memperlihatkan populasi padi rentan ( $S_1$ ) akan mengalami penurunan terus hingga mencapai 1545 rumpun dan tidak mengalami perubahan. Sementara itu padi terinfeksi tungro ( $I$ ) mengalami penurunan di awal fase vegetatif sebesar 296 rumpun dan akan terus menurun hingga tidak mengalami perubahan sebesar 226 rumpun. Dengan adanya predator laba-laba (*Lycosa pseudoannulata*) dapat mengendalikan dan meminimumkan vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) dalam menyebarkan virus tungro padi sehingga populasi padi rentan dapat meningkat.

Gambar 3 untuk titik kritis endemik 1 ( $T_1$ ) menunjukkan dinamika populasi vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) akan terus menurun hingga tidak mengalami perubahan sebesar 0,9 atau 1 ekor. Hal ini disebabkan oleh tingkat kematian alaminya. Selanjutnya populasi virus tungro padi akan meningkat tajam hingga mencapai 23. Sedangkan Gambar 5 memperlihatkan populasi vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) yang terus menurun dan dapat diinterpretasikan tidak ada populasinya. Kemudian populasi predator laba-laba (*L. pseudoannulata*) pada fase awal akan naik tajam diinterpretasikan bahwa besarnya kontak predator laba-laba (*L. pseudoannulata*) dengan vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*). Selanjutnya akan turun tajam hingga mencapai 1 ekor. Dapat diinterpretasikan bahwa vektor wereng hijau yang cenderung tidak ada berdampak penurunan pada populasi predator laba-laba (*L. pseudoannulata*). Kemudian populasi virus tungro padi terus meningkat hingga hari ke-18. Dapat diinterpretasikan bahwa cenderung sedikitnya vektor wereng hijau (*Nephotettix virescens*) yang membawa virus tungro padi untuk menginfeksi padi membuat virus tungro padi mengalami peningkatan. Pada akhirnya populasi virus tungro padi akan mengalami penurunan hingga mencapai 32. Hal ini disebabkan oleh meningkatnya laju kematian alami virus tungro padi.

#### IV. KESIMPULAN

1. Pada model penyebaran penyakit tungro melalui vektor wereng hijau diperoleh dua titik kritis yaitu:

a. Titi kritis endemik 1 ( $T_1$ )

$$T_1 = \left( \frac{A\mu_3}{\mu_1\mu_3 + \gamma C + \alpha\mu_3}, \frac{A\alpha\mu_3^2}{(\mu_1\mu_3 + \gamma C + \alpha\mu_3) \cdot (\mu_1\mu_3 + C - \gamma C)}, \frac{C}{\mu_3}, 0, \frac{B\mu_3}{\mu_2\mu_3 + C\beta} \right)$$

b. Titik kritis endemik 2 ( $T_2$ )

$$T_2 \left( S1^* = \frac{A\rho}{\mu_1\rho - \gamma D + \gamma\mu_4 + \alpha\rho}, I^* = \frac{\alpha A\rho^2}{(\mu_1\rho - \gamma D + \gamma\mu_4 + \alpha\rho) \cdot (\mu_1\rho - D + \mu_4 + \gamma D - \gamma\mu_4)}, W^* = \frac{\mu_4 - D}{\rho} \right. \\ \left. P^* = \frac{-C\rho + \mu_3(\mu_4 - D)}{(-\mu_4 + D)\rho}, S2^* = \frac{B\rho}{\mu_2\rho + \beta(\mu_4 - D)} \right)$$

2. Berdasarkan analisis kestabilan model penyebaran penyakit tungro menunjukkan kedua titik kritis tersebut bersifat stabil.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Tengah, Bps.go.id, 2013, <http://sulteng.bps.go.id/frontend/linkTabelStatis/view/id/305>.
- [2] Olsder, G.J, *Mathematical System Theory*, 2003, Delft, The Natherland.
- [3] Subiono, *Sistem Linear dan Kontrol Optimal*, 2013, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- [4] Sugeng. H, *Bercocok Tanam Padi*, 2001, Aneka Ilmu, Semarang.
- [5] Arifin, M., I.B.G. Suryawan, B.H. Priyanto dan A. Alwi, *Diversitas Artropoda Pada Berbagai Teknik Budidaya Padi Di Pematang, Jawa Tengah*, 1997, Penelitian Pertanian Puslitbangtan 15 (2).