

ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PERILAKU MEROKOK DENGAN FAKTOR RESIKO PENYAKIT KANKER PARU-PARU

N. Kamisi¹, dan R. Ratianingsih²

^{1,2}Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Tadulako

Jalan Soekarno-Hatta Km. 09 Tondo, Palu 94118, Indonesia.

¹naomikamisi02@gmail.com, ²ratianingsihrina8@gmail.com

ABSTRACT

Cigarettes contain thousands of chemical compounds and hundreds of toxic substances that can quit smoking various dangerous diseases such as lung cancer, heart attacks and others. This study examined the spread of smoking behaviour with risk factors for lung cancer. Mathematical models that are formed from human populations, namely susceptible to become smokers (S), trying to smoke (E), active smokers (I_R), recovered (R), passive smoker (I_p), and people that has lung cancer (W). The model has two critical points that represent a disease-free conditions (T_1) and endemic conditions (T_2). The stability of mathematic model that the problem will be analyzed at critical points of the model using linearization methods and Routh Hurwitz. The results showed that the disease-free critical points (T_1) is stable with requirement that there is a limit to the maximum value of the effect of smoking behavior on nonsmokers (q) that must be met, while the endemic critical point (T_2) is stable without requirement.

Keywords : Smoking, Lung Cancer, Mathematical Models, Linearization Models, Routh Hurwitz.

ABSTRAK

Rokok mengandung ribuan senyawa kimia dan ratusan macam zat beracun yang dapat memicu timbulnya berbagai penyakit berbahaya seperti kanker paru-paru, serangan jantung dan lain-lain. Penelitian ini mengkaji penyebaran perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru. Model matematika yang dibentuk dari populasi manusia yaitu manusia yang rentan menjadi perokok (S), manusia yang dalam tahap coba-coba merokok (E), manusia perokok aktif (I_R), manusia yang sembuh dari konsumsi rokok (R), perokok pasif (I_p), terkena kanker paru-paru (W). Model memiliki dua titik kritis yang menggambarkan kondisi bebas penyakit (T_1) dan kondisi endemik penyakit (T_2). Kestabilan model matematika yang mempresentasikan masalah tersebut kemudian dianalisa di titik-titik kritis model dengan menggunakan metode linearisasi dan Routh Hurwitz. Hasil penelitian memperlihatkan bahwa titik kritis bebas penyakit (T_1) stabil dengan syarat, yaitu bahwa ada batas nilai maksimal pengaruh perilaku merokok terhadap bukan perokok (q) yang harus terpenuhi, sedangkan titik kritis endemik (T_2) stabil tanpa syarat.

Kata kunci : Kanker Paru-Paru, Metode Linearisasi, Model Matematika, Rokok, Routh Hurwitz.

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Rokok merupakan barang yang sangat familiar di lingkungan sekitar, karena dikonsumsi mulai dari orang dewasa baik pria maupun wanita, bahkan di kalangan remaja sekalipun. Semua orang semestinya tahu bahaya merokok, karena telah diperingati melalui tulisan pada kemasan rokok. Menurut Satiti (2009) komponen zat kimia yang terdapat pada sebatang rokok mencapai 4.000 senyawa. Dari ribuan senyawa kimia tersebut terdapat ratusan macam zat yang beracun yang 70 macam diantaranya bersifat *karsinogenik* yang berpotensi merusak sel-sel pada paru-paru dan membentuk sel kanker. Perilaku merokok sangat sulit dihentikan.

Pengetahuan seseorang tentang rokok atau perilaku merokok akan mempengaruhi sikap manusia terhadap rokok. Di sisi lain, pengetahuan seseorang tentang bahaya yang ditimbulkan oleh rokok dapat juga mempengaruhi sikap perokok sehingga menambah konsumsi per harinya atau bahkan berhenti dari kebiasaan merokok (Notoatmodjo, 2007). Paparan asap rokok yang dialami terus menerus pada orang dewasa yang sehat dapat menambah resiko terkena penyakit kanker paru-paru dan jantung sebesar 20-30 persen (Susanna dkk., 2003).

Data tentang jenis kanker yang menjadi penyebab kematian tertinggi memperlihatkan prevalensi kanker paru-paru mencapai 1,3 juta kematian pertahun. Disusul kanker lambung (lebih dari 1 juta kematian pertahun), kanker hati (sekitar 662 ribu kematian pertahun), kanker usus besar (655 ribu kematian pertahun), dan yang terakhir yaitu kanker payudara (502.000 kematian pertahun) (Lutfia, 2008).

Dari penelitian sebelumnya, Govan (2015) telah membangun model matematika penyebaran perilaku merokok berdasarkan faktor biologis dan faktor lingkungan sosial dan menganalisa kestabilan dari masing-masing titik kritisnya tanpa melihat secara khusus untuk kasus penyakit tertentu. Penelitian ini akan mengkaji model dinamik perilaku merokok, baik perokok yang secara aktif menghisap rokok maupun perokok pasif yang terpapar oleh asap rokok dengan memperhatikan faktor resiko penyakit kanker paru-paru yang akan terjadi. Model yang telah dibangun akan diuji kestabilannya di titik kritis menggunakan metode linearisasi dan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz

1.2. Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana model dinamik perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru?
2. Bagaimana kestabilan dari model dinamik perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru?

1.3. Asumsi Penelitian

Adapun asumsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Setiap populasi diasumsikan bersifat tertutup.
2. Penularan perilaku merokok dan perokok pasif terjadi karena adanya interaksi antara subpopulasi perokok dengan subpopulasi yang rentan.
3. Banyaknya rokok yang dikonsumsi anggota populasi tidak dipertimbangkan.

1.4. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini hanya terbatas pada faktor resiko penyakit kanker paru-paru.

II. METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan sesuai prosedur dibawah ini :

1. Mempersiapkan Penelitian
2. Membangun model matematika penyebaran perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru.
3. Menentukan titik kritis model penyebaran perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru.
4. Menganalisis kestabilan model penyebaran perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru.
5. Menyimpulkan hasil penelitian

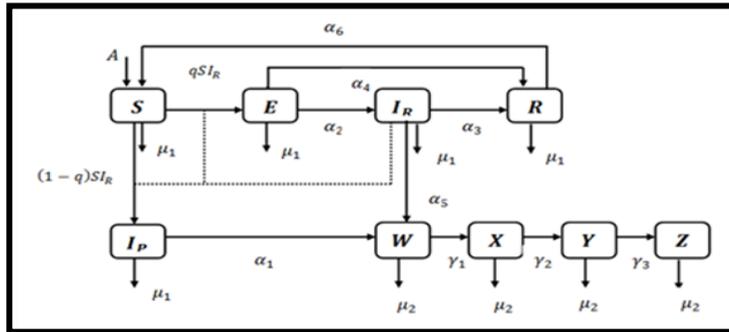
III. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Model Matematika Penyebaran Perilaku Merokok Dengan Faktor Resiko penyakit Kanker Paru-paru

Model matematika dibentuk berdasarkan asumsi dan fenomena dari penyebaran perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru. Dari fenomena tersebut dibuat diagram kompartemen yang disusun mengikuti alur penyebaran perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru. Diasumsikan populasi manusia bersifat tertutup yang terbagi berdasarkan transisi status merokoknya sebagai perokok aktif ke dalam 4 subpopulasi, yaitu subpopulasi manusia yang rentan menjadi perokok (S), subpopulasi manusia yang dalam tahap coba-coba merokok (E), subpopulasi perokok aktif (I_R), subpopulasi manusia yang sembuh dari konsumsi rokok (R). Selain itu terdapat pula subpopulasi manusia yang terpapar asap rokok atau perokok pasif (I_P) yang bertransisi ke subpopulasi manusia yang terkena kanker paru-paru.

Populasi manusia rentan (S) bertambah karena adanya tingkat rekrutmen populasi yang diberikan sebesar A . Anggota subpopulasi (S) yang rentan berinteraksi dengan

subpopulasi perokok aktif (I_R) sehingga manusia yang rentan menjadi subpopulasi yang coba-coba merokok (E) dengan laju perpindahan sebesar q , dan subpopulasi perokok pasif (I_P) yang terpapar asap rokok dengan laju perpindahan sebesar $(1 - q)$. Subpopulasi yang hanya coba-coba merokok (E) dapat sembuh dari perilaku merokok sehingga berpindah ke subpopulasi (R) dengan laju kesembuhan perilaku merokok sebesar α_4 , kemudian subpopulasi yang coba-coba merokok (E) berpindah ke subpopulasi perokok aktif (I_R) dengan laju pengaruh merokok sebesar α_2 . Subpopulasi perokok aktif (I_R) dapat sembuh dari perilaku merokok sehingga masuk ke subpopulasi (R) dengan laju kesembuhan sebesar α_3 serta subpopulasi perokok aktif (I_R) akan mengalami perubahan individu ke individu yang terkena kanker paru stadium 1 (W) dengan laju perubahan sebesar α_5 . Subpopulasi yang sembuh dari pengaruh rokok (R) akan mengalami perpindahan kembali berpotensi menjadi perokok (S) dengan laju perubahan sebesar α_6 . Subpopulasi perokok pasif (I_P) juga mengalami perubahan individu ke individu yang terkena kanker paru stadium 1 (W) sebesar α_1 . Kanker paru stadium 1 (W) akan mengalami perpindahan ke kanker paru stadium 2 (X) sebesar γ_1 , selanjutnya mengalami perpindah dari kanker paru stadium 2 (X) ke kanker paru stadium 3 (Y) sebesar γ_2 , selanjutnya mengalami perpindah dari kanker paru stadium 3 (Y) ke kanker paru stadium 4 (Z) sebesar γ_3 . Sebagian subpopulasi akan mengalami kematian alami dan kematian akibat penyakit, dengan laju kematian alami dan sebesar μ_1 , dan kematian akibat penyakit sebesar μ_2 . Diagram transmisinya dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1 : Diagram Kompartemen

$$\frac{dS}{dt} = A + \alpha_6 R - qSI_R - (1 - q)SI_R - \mu_1 S \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = qSI_R - \alpha_2 E - \alpha_4 E - \mu_1 E \quad (2)$$

$$\frac{dI_R}{dt} = \alpha_2 E - \alpha_3 I_R - \alpha_5 I_R - \mu_1 I_R \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \alpha_4 E + \alpha_3 I_R - \alpha_6 R - \mu_1 R \quad (4)$$

$$\frac{dI_P}{dt} = (1 - q)SI_R - \alpha_1 I_P - \mu_1 I_P \quad (5)$$

$$\frac{dW}{dt} = \alpha_5 I_R + \alpha_1 I_P - \gamma_1 W - \mu_2 W \quad (6)$$

$$\frac{dX}{dt} = \gamma_1 W - \gamma_2 X - \mu_2 X \quad (7)$$

$$\frac{dY}{dt} = \gamma_2 X - \gamma_3 Y - \mu_2 Y \quad (8)$$

$$\frac{dz}{dt} = \gamma_3 Y - \mu_2 Z \quad (9)$$

Tabel 1 : Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan
S	Subpopulasi manusia yang berpotensi menjadi perokok
E	Subpopulasi manusia yang hanya coba-coba merokok
I_R	Subpopulasi manusia perokok aktif
R	Subpopulasi manusia sembuh dari rokok
I_P	Subpopulasi perokok pasif
W	Kanker Paru Stadium 1
X	Kanker Paru Stadium 2
Y	Kanker Paru Stadium 3
Z	Kanker Paru Stadium 4

Tabel 2 : Parameter Penelitian

A	Tingkat rekrutmen
q	Laju pengaruh perilaku merokok dari perokok terhadap bukan perokok
α_1	Laju perpindahan subpopulasi perokok pasif ke subpopulasi terkena penyakit kanker paru-paru
α_2	laju transisi dari populasi yang hanya coba-coba merokok ke subpopulasi perokok aktif
α_3	Laju kesembuhan subpopulasi perokok aktif
α_4	Laju kesembuhan subpopulasi coba-coba merokok
α_5	Laju perpindahan individu dari subpopulasi perokok aktif ke subpopulasi yang terkena penyakit kanker paru-paru
α_6	Laju perpindahan subpopulasi yang sembuh dari merokok ke subpopulasi yang rentan
$(1 - q)$	Laju pengaruh akibat paparan asap rokok
μ_1	Laju kematian alami
μ_2	Laju kematian akibat penyakit
γ_1	Laju perpindahan penyakit stadium 1 ke stadium 2
γ_2	Laju perpindahan penyakit stadium 2 ke stadium 3
γ_3	Laju perpindahan penyakit stadium 3 ke stadium 4

3.2. Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Perilaku Merokok Dengan Faktor Resiko Penyakit Kanker Paru-paru

Titik kritis dari sistem persamaan (1) – (9) dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan yaitu $S = 0, E = 0, I_R = 0, R = 0, I_p = 0, W = 0, X = 0, Y = 0$ dan $Z = 0$. Sehingga dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$A + \alpha_6 R - q S I_R - (1 - q) S I_R - \mu_1 S = 0 \quad (10)$$

$$q S I_R - \alpha_2 E - \alpha_4 E - \mu_1 E = 0 \quad (11)$$

$$\alpha_2 E - \alpha_3 I_R - \alpha_5 I_R - \mu_1 I_R = 0 \quad (12)$$

$$\alpha_4 E + \alpha_3 I_R - \alpha_6 R - \mu_1 R = 0 \quad (13)$$

$$(1 - q) S I_R - \alpha_1 I_p - \mu_1 I_p = 0 \quad (14)$$

$$\alpha_5 I_R + \alpha_1 I_p - \gamma_1 W - \mu_2 W = 0 \quad (15)$$

$$\gamma_1 W - \gamma_2 X - \mu_2 X = 0 \quad (16)$$

$$\gamma_2 X - \gamma_3 Y - \mu_2 Y = 0 \quad (17)$$

$$\gamma_3 Y - \mu_2 Z = 0 \quad (18)$$

Titik kritis yang dihasilkan (10), (11), (12), (13), (14), (15), (16), (17) dan (18) diperoleh dua titik kritis, yaitu: $T_1 = (S_1^*, E_1^*, I_{R1}^*, R_1^*, I_{p1}^*, W_1^*, X_1^*, Y_1^*, Z_1^*) = (\frac{A}{\mu_1}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ dan T_2 yang nilainya bergantung pada variabel yang berperan penting (I_R) sebagai berikut.

$$S(I_R^*) = \frac{(\mu_1 + \alpha_3 + \alpha_5)(\mu_1 + \alpha_2 + \alpha_4)}{q\alpha_2}$$

$$E(I_R^*) = \frac{I_R(\alpha_3 + \alpha_5 + \mu_1)}{\alpha_2}$$

$$R(I_R^*) = \frac{I_R(\alpha_4\alpha_3 + \alpha_4\alpha_5 + \alpha_4\mu_1)}{\alpha_2(\alpha_6 + \mu_1)}$$

$$I_p(I_R^*) = \frac{I_R(1-q)(\mu_1 + \alpha_3 + \alpha_5)(\mu_1 + \alpha_2 + \alpha_4)}{q\alpha_2(\alpha_1 + \mu_1)}$$

$$W(I_R^*) = \frac{I_R(((\mu_1 + \alpha_3 + \alpha_5)(\mu_1 + \alpha_2 + \alpha_4)(1-q) + \alpha_5 q \alpha_2)\alpha_1 + \alpha_5 q \alpha_2 \mu_1)}{\alpha_2 q (\alpha_1 + \mu_1) (\mu_2 + \gamma_1)}$$

$$X(I_R^*) = \frac{I_R \gamma_1 (((\mu_1 + \alpha_3 + \alpha_5)(\mu_1 + \alpha_2 + \alpha_4)(1-q) + \alpha_5 q \alpha_2)\alpha_1 + \alpha_5 q \alpha_2 \mu_1)}{\alpha_2 q (\gamma_2 + \mu_2) (\mu_2 + \gamma_1) (\alpha_1 + \mu_1)}$$

$$Y(I_R^*) = \frac{I_R \gamma_2 \gamma_1 (((\mu_1 + \alpha_3 + \alpha_5)(\mu_1 + \alpha_2 + \alpha_4)(1-q) + \alpha_5 q \alpha_2)\alpha_1 + \alpha_5 q \alpha_2 \mu_1)}{\alpha_2 q (\gamma_3 + \mu_2) (\gamma_2 + \mu_2) (\mu_2 + \gamma_1) (\alpha_1 + \mu_1)}$$

$$Z(I_R^*) = \frac{I_R \gamma_3 \gamma_2 \gamma_1 (((\mu_1 + \alpha_3 + \alpha_5)(\mu_1 + \alpha_2 + \alpha_4)(1-q) + \alpha_5 q \alpha_2)\alpha_1 + \alpha_5 q \alpha_2 \mu_1)}{\alpha_2 q (\alpha_1 + \mu_1) \mu_2 (\gamma_3 + \mu_2) (\gamma_2 + \mu_2) (\mu_2 + \gamma_1)}$$

3.3. Syarat Eksistensi Titik Kritis

Eksistensi suatu populasi direpresentasikan oleh setiap variabel $S, E, I_R, R, I_p, W, X, Y, Z$ dengan syarat agar bernilai non negatif. Titik kritis T_1 yang menggambarkan kondisi bebas penyakit dijamin eksis, karena $\frac{A}{\mu}$ bernilai positif. Sedangkan titik kritis T_2 yang menggambarkan kondisi endemik merupakan titik kritis yang nilainya bergantung pada variabel I_R^* , dimana I_R^* berupa akar-akar polinomial

$$P(I_R) = -a_0 I_R + a_1 \quad (19)$$

Di mana:

$$a_0 = - \left[\begin{array}{l} \mu_1^3 (\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6) \mu_1^2 + \left((\alpha_2 + (1-q) + \alpha_4 + \alpha_3 + \alpha_5) \alpha_6 \right) \\ + (\alpha_3 + \alpha_5) (\alpha_4 + \alpha_2) \end{array} \right]$$

$$a_1 = (\alpha_6 + \mu_1) \left(-\mu_1^3 - (\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5) \mu_1^2 - (\alpha_3 + \alpha_5) (\alpha_4 + \alpha_2) \mu_1 \alpha q \alpha_2 \right)$$

Eksistensi titik kritis T_2 dapat dijamin jika polinomial (19) memiliki minimal satu akar positif. Dengan menggunakan aturan tanda *Descartes*, maka akan ditunjukkan minimal terdapat satu perubahan tanda dari koefisien-koefisien pada persamaan (19). Karena nilai a_0 dijamin bernilai negatif, maka agar terjadi perubahan tanda dari koefisien-koefisien pada persamaan (19), maka a_1 harus dijamin bernilai positif dengan syarat

$$A > \frac{\mu_1^3 + (\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5) \mu_1^2 + (\alpha_3 + \alpha_5) (\alpha_4 + \alpha_2) \mu_1}{q \alpha_2}$$

3.4. Analisis Kestabilan

3.4.1. Analisis Kestabilan Titik Kritis T_1

Titik kritis T_1 yang merepresentasikan kondisi bebas penyakit bukan titik nol, maka dilakukan transformasi. Untuk menjamin kestabilannya diperlukan nilai eigen λ yang diperoleh dari matriks Jacobi. Matriks Jacobi dari sistem persamaan diferensial (10)-(18) yang dievaluasi pada T_1 memberikan persamaan karakteristik dalam λ sebagai berikut.

$$\frac{(a_0 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_2)(-\alpha_6 - \mu_1 - \lambda)(-\mu_1 - \lambda)(-\alpha_1 - \mu_1 - \lambda)(-\gamma_1 - \mu_2 - \lambda)(-\gamma_2 - \mu_2 - \lambda)(-\gamma_3 - \mu_2 - \lambda)(-\mu_2 - \lambda)}{\mu_1} \quad (20)$$

Dari persamaan (20) diperoleh nilai eigen $\lambda_3 = -\alpha_6 - \mu_1, \lambda_4 = -\mu_1, \lambda_5 = -\alpha_1 - \mu_1, \lambda_6 = -\gamma_1 - \mu_2, \lambda_7 = -\gamma_2 - \mu_2, \lambda_8 = -\gamma_3 - \mu_2, \lambda_9 = -\mu_2$, sehingga untuk nilai eigen λ_1 dan λ_2 akan diidentifikasi menggunakan metode *Routh Hurwitz* pada persamaan karakteristik $(a_0 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_2) = 0$, di mana $a_0 = -\mu_1, a_1 = -\mu_1 \alpha_1 - \mu_1 \alpha_5 - \alpha_2 \mu_1 - \alpha_4 \mu_1 - 2\mu_1^2, a_2 = -\mu_1 \alpha_2 \alpha_3 - \mu_1 \alpha_4 \alpha_3 - \mu_1^2 \alpha_3 + \alpha_2 q A - \mu_1 \alpha_2 \alpha_5 - \mu_1 \alpha_4 \alpha_5 - \mu_1^2 \alpha_5 - \alpha_2 \mu_1^2 - \alpha_4 \mu_1^2 - \mu_1^3$.

Tabel 3 : *Routh Hurwitz*

λ^2	a_0	a_2	0
λ^1	a_1	0	0
λ	a_2	0	0

Titik kritis T_1 stabil apabila semua suku kolom kedua bertanda sama, karena a_2 dan a_1 positif maka a_2 haruslah positif. Agar a_2 positif maka $q < \frac{\mu_1(\alpha_3 + \mu_1 + \alpha_5)(\mu_1 + \alpha_2 + \alpha_4)}{\alpha_2 A}$.

3.4.2. Analisis Kestabilan Titik Kritis T_2

Titik kritis T_2 yang merepresentasikan kondisi endemik bukan titik nol, maka dilakukan transformasi. Untuk menjamin kestabilannya diperlukan nilai eigen λ yang diperoleh dari matriks Jacobi. Matriks Jacobi dari sistem persamaan diferensial (10)-(18) yang dievaluasi pada T_2 memberikan persamaan karakteristik dalam λ sebagai berikut.

$$(a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4)(\lambda + \alpha_1 + \mu_1)(\lambda + \gamma_1 + \mu_2)(\lambda + \gamma_2 + \mu_2)(\lambda + \gamma_3 + \mu_2)(\lambda + \mu_2) \quad (21)$$

Dari persamaan (21) diperoleh $\lambda_5 = -\mu$, $\lambda_6 = -\delta - \mu$, $\lambda_7 = -\gamma - \omega$, $\lambda_8 = -\mu - \omega$, $\lambda_9 = -\mu - \beta_2$ sehingga untuk nilai eigen λ_1 , λ_2 , λ_3 dan λ_4 akan diidentifikasi menggunakan metode *Routh Hurwitz* pada persamaan karakteristik $(a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4) = 0$, di mana $a_0 = 1$

$$\begin{aligned} a_1 &= I_R + \alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_3 + \alpha_5 + \alpha_6 + 4\mu_1 \\ a_2 &= ((3\mu_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6)I_R + 5\mu_1^2 + (2\alpha_2 + 2\alpha_3 + 2\alpha_4 + 2\alpha_5 + 3\alpha_6)\mu_1 + \alpha_6(\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5)) \\ a_3 &= \left(\left((3\mu_1^2 + (2\alpha_2 + 2\alpha_3 + 2\alpha_4 + 2\alpha_5 + 2\alpha_6)\mu_1 + (1-q)\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5)\alpha_6 + (\alpha_3 + \alpha_5)(\alpha_2 + \alpha_4) \right) I_R + 2(\alpha_6 + \mu_1)\mu_1 \left(\mu_1 + \frac{1}{2}\alpha_2 + \frac{1}{2}\alpha_3 + \frac{1}{2}\alpha_4 + \frac{1}{2}\alpha_5 \right) \right) \\ a_4 &= \left(\mu_1^3 + (\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6)\mu_1^2 + \left((1-q)\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 \right)\alpha_6 + (\alpha_3 + \alpha_5)(\alpha_2 + \alpha_4) \right) \mu_1 + \left((\alpha_3(1-q) + \alpha_5(1-q))\alpha_2 + \alpha_4((1-q)\alpha_3 + \alpha_5) \right) \alpha_6 \end{aligned} I_R$$

Tabel 4 : *Routh Hurwitz*

λ^4	$a_0 = 1$	$a_2 = \alpha_2$	$a_4 = \alpha_4$
λ^3	$a_1 = \alpha_1$	$a_3 = \alpha_3$	0
λ^2	$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_3 a_0}{a_1}$	$b_2 = a_4$	0
λ^1	$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$	0	0
λ^0	$d_1 = b_2$	0	0

Mengingat $a_0 > 0$, titik kritis T_2 akan stabil bila semua suku pada kolom kedua harus bertanda sama. Karena nilai a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 dan $d_1 = b_2$ telah bernilai positif, maka perlu diperiksa $b_1 > 0$, $c_1 > 0$.

Diketahui $a_1 > 0$, sehingga untuk menjamin bahwa $b_1 > 0$, di mana $b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_3 a_0}{a_1}$, maka harus ditunjukkan bahwa $a_1 a_2 - a_3 a_0 > 0$, sebagai berikut.

$$\begin{aligned} a_1 a_2 - a_3 a_0 &= \left(\frac{1}{3}\alpha_5 + I_R + \frac{1}{3}\alpha_4 + \frac{1}{3}\alpha_3 + \frac{1}{3}\alpha_2 \right) (2\alpha_5 + I_R + 2\alpha_4 + 2\alpha_3 + 2\alpha_2)\mu_1 + \\ &I_R \left((\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5)I_R + \alpha_4^2 (2\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_5)\alpha_4 + \alpha_2^2 + (\alpha_3 + \alpha_5)\alpha_2 + (\alpha_3 + \alpha_5)^2 \right) \end{aligned} \quad (22)$$

Mengingat ekspresi persamaan (22) terbukti bahwa $b_1 > 0$ tanpa syarat, sehingga tidak diperlukan syarat bagi $b_1 > 0$.

Untuk $c_1 > 0$ dimana $c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$, dengan $b_1 > 0$ tanpa syarat, maka untuk menjamin bahwa $c_1 > 0$ perlu ditunjukkan bahwa $b_1 a_3 - a_1 b_2 > 0$, yaitu apabila $b_1 > \frac{a_1 b_2}{a_3}$.

Karena a_1 dan a_3 dijamin bernilai positif serta $b_2 = a_4$ yang juga sudah bernilai positif, yang memberikan arti bahwa b_1 bernilai positif dan memiliki ambang sebesar $\frac{a_1 b_2}{a_3}$. Jadi, dapat disimpulkan $c_1 > 0$ tanpa syarat.

Telah ditunjukkan bahwa $a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $b_1 > 0$, $c_1 > 0$ dan $d_1 = a_4 > 0$ yang merupakan kolom kedua Tabel 4.4, maka dapat disimpulkan T_2 stabil tanpa syarat.

IV. KESIMPULAN

1. Model matematika penyebaran perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = A + \alpha_6 R - q S I_R - (1 - q) S I_R - \mu_1 S \quad (23)$$

$$\frac{dE}{dt} = q S I_R - \alpha_2 E - \alpha_4 E - \mu_1 E \quad (24)$$

$$\frac{dI_R}{dt} = \alpha_2 E - \alpha_3 I_R - \alpha_5 I_R - \mu_1 I_R \quad (25)$$

$$\frac{dR}{dt} = \alpha_4 E + \alpha_3 I_R - \alpha_6 R - \mu_1 R \quad (26)$$

$$\frac{dI_P}{dt} = (1 - q) S I_R - \alpha_1 I_P - \mu_1 I_P \quad (27)$$

$$\frac{dW}{dt} = \alpha_5 I_R + \alpha_1 I_P - \gamma_1 W - \mu_2 W \quad (28)$$

$$\frac{dX}{dt} = \gamma_1 W - \gamma_2 X - \mu_2 X \quad (29)$$

$$\frac{dY}{dt} = \gamma_2 X - \gamma_3 Y - \mu_2 Y \quad (30)$$

$$\frac{dZ}{dt} = \gamma_3 Y - \mu_2 Z \quad (31)$$

2. Kestabilan model matematika penyebaran perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru diperoleh dua titik kritis yaitu titik kritis T_1 bebas penyakit dan titik kritis T_2 endemik.
3. Kestabilan titik kritis T_1 pada model matematika perilaku merokok dengan faktor resiko penyakit kanker paru-paru dengan menggunakan metode *Routh Hurwitz* memberikan syarat kestabilan $q < \frac{\mu_1(\alpha_3 + \mu_1 + \alpha_5)(\mu_1 + \alpha_2 + \alpha_4)}{\alpha_2 A}$, yang memberikan arti bahwa ada batas nilai maksimal pengaruh perilaku merokok terhadap bukan perokok (q) yang harus terpenuhi. Adapun titik kritis T_2 stabil tanpa syarat.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Govan, Membangun Model Penyebaran Perilaku Merokok Berdasarkan Faktor Biologis dan Faktor Lingkungan Sosial. Skripsi, 2015, Palu: Universitas Tadulako Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Matematika Program Studi Matematika.
- [2]. Lutfia, U., Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Tingkat Kecemasan Pasien Dengan Tindakan Kemoterapi Di Ruang Cendana RSUD DR, 2008.
- [3]. Notoatmodjo, S., Promosi Kesehatan & Ilmu Perilaku. Jakarta, 2007, Rineka Cipta.
- [4]. Satiti, A., Strategi Rahasia Berhenti Merokok. Jakarta, 2009, Datamedia.
- [5]. Susanna, D. Hartono, B. Fauzan, H, Penentuan Kadar Nikotin dalam Asap Rokok, Universitas Indonesia, 2003, Jakarta.