Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan
Volume 21 Number 1 June 2024 (Pages 74 - 79)
doi: https://doi.org/10.22487/2540766X.2024.v21.i1.16342

Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan
ISSN : 2540 – 766X

ANALYSIS OF THE AVAILABILITY OF THE MAJORITY QUORUM SYSTEM RESULTING FROM CROSS UNION OPERATIONS

Armayani Arsal[1] and Setia Ningsih[2]

[1,2,]Universitas Negeri Gorontalo
[1]armayaniarsal@ung.ac.id, [2]setia.stat@ung.ac.id

ABSTRACT
Cross union operation is an operasi to arrange a new majority coterie which we combine each quorum of another two different majority coterie. The purpose of this research is to analyse the availability comparison of quorum system between majority coterie and join majority coterie by cross union operation. By the analyse result, we know that majority coterie, which even universe set (number of element is even), has the same availability as join majority coterie which arranged by odd universe set (number of element is odd). While join majority coterie which arranged by even universe set, has relatively the same availability as majority coterie which even universe set. Finally, we conclude that the availability of majority coterie is relatively the same as join majority coterie by cross union.
Keywords : Availability of System, Majority Coterie, Cross Union

I. INTRODUCTION

Koteri adalah koleksi himpunan korum yang setiap dua korum mematuhi aturan saling beririsan dan tidak saling subset. Koleksi himpunan ini banyak diaplikasikan dalam bidang komputasi khususnya penyelesaian masalah sistem terdistribusi. Sistem terdistribusi adalah sekumpulan komputer otonom yang terhubung ke suatu jaringan sehingga bagi pengguna sistem terlihat sebagai satu komputer. Salah satu keunggulan dari sistem terdistribusi adalah dari segi ketangguhan sistem yaitu kegagalan tunggal suatu perangkat/komponen tidak akan membuat kegagalan pada sistem secara keseluruhan. Dengan kata lain, setiap perangkat dapat mengalami kegagalan tunggal dan perangkat lain tetap dapat berjalan dengan baik.

Ketangguhan sistem adalah kemampuan sistem untuk tetap beroperasi ketika terdapat proses yang mengalami kegagalan. Ketangguhan sistem erat kaitannya dengan *availability* (ketersediaan) sistem yang digunakan. Ketersediaan adalah peluang bahwa setidaknya suatu proses tetap dapat mengakses sumber daya ketika terjadi kegagalan proses.

Koteri terbagi atas dua jenis yaitu koteri terdominasi dan koteri tak – terdominasi. Koteri tak – terdominasi lebih tangguh terhadap kegagalan sistem daripada koteri terdominasi, artinya ketersediaan dan ketangguhan dari sistem terdistribusi lebih baik jika menggunakan koteri tak – terdominasi. Di antara beberapa koteri tak terdominasi yang umum digunakan, koteri majority memiliki ketersediaan dan ketangguhan sistem lebih baik dibandingkan yang lainnya. Penelitian terkait koteri semakin berkembang yang diawali dengan perkembangan metode konstruksi koteri [1], [2]. Selanjutnya mulai dikembangkan operasi yang melibatkan korum-korum dalam koteri, antara lain operasi penggabungan korum dan eliminasi korum [3], [4], [5], [6], [7].

Operasi cross union adalah proses penggabungan dua koteri *majority* tak-terdominasi yang menghasilkan koteri *majority* tak-terdominasi baru dengan ukuran korum yang lebih besar [7]. Tujuan penelitian ini adalah untuk menganalisis perbandingan ketangguhan sistem (ketersediaan korum) antara koteri *majority* biasa dan koteri *majority* hasil operasi *cross union*.

Definisi 1. Operasi Cross-Union

Misal diberikan himpunan semesta $\mathrm{U}_1, \text{dan } \mathrm{U}_2$ serta koteri

$$\mathrm{K}_1 = \{\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2, \dots, \mathrm{X}_\mathrm{m}\}, \quad \mathrm{K}_1 \subseteq 2^{\mathrm{U}_1} \tag{1}$$

$$\mathrm{K}_2 = \{\mathrm{Y}_1, \mathrm{Y}_2, \dots, \mathrm{Y}_\mathrm{n}\}, \quad \mathrm{K}_2 \subseteq 2^{\mathrm{U}_2} \tag{2}$$

Maka

$$\mathrm{K}_3 = \mathrm{K}_1 \otimes \mathrm{K}_2 \text{ dengan } \mathrm{K}_3 \subseteq 2^{\mathrm{U}_3}, \quad \mathrm{U}_3 = \mathrm{U}_1 \cup \mathrm{U}_2 \text{ , } \mathrm{U}_1 \cap \mathrm{U}_2 = \emptyset \tag{3}$$

didefinisikan sebagai berikut :

$$\mathrm{K}_1 \otimes \mathrm{K}_2 = \{\mathrm{Q} \mid \mathrm{Q} \in [\mathrm{K}_1 \cup \mathrm{K}_2] \cup [\mathrm{K}_1 \cup_{\cap}^{\cup} \mathrm{K}_2] \cup [\mathrm{K}_1 \cup_{\cup}^{\cap} \mathrm{K}_2], |\mathrm{Q}| = |\mathrm{X}_\mathrm{m} \cup \mathrm{Y}_\mathrm{n}|\} \tag{4}$$

untuk $|\mathrm{K}_1|$ dan $|\mathrm{K}_2|$ ganjil atau

$$\mathrm{K}_1 \otimes \mathrm{K}_2 = \left\{\mathrm{Q} \mid \mathrm{Q} \in [\mathrm{K}_1 \cup \mathrm{K}_2] \cup [\mathrm{K}_1 \cup_{\cap}^{\cup} \mathrm{K}_2] \cup [\mathrm{K}_1 \cup_{\cup}^{\cap} \mathrm{K}_2] \cup [\mathrm{K}_1 \cup\cap\cap \mathrm{K}_2] \cup [\mathrm{K}_1 \cap\cap\cup \mathrm{K}_2], |\mathrm{Q}| = |\mathrm{X}_\mathrm{i} \cup \mathrm{Y}_\mathrm{j}|\right\} \tag{5}$$

untuk $|\mathrm{K}_1|$ atau $|\mathrm{K}_2|$ genap. [7]

II. METHODS

Metode penelitian yang digunakan adalah adalah kajian pustaka yaitu menganalisis ketersedian sistem koteri *majority* tunggal dan koteri *majority* hasil operasi *cross union*.

III. RESULTS

3.1. Kersediaan Sistem Koteri *Majority* Tunggal

$$A(M) = prob(|Q|) + prob(|Q|+1) + \cdots + prob(n) \tag{6}$$

$$A(M) = \binom{n}{|Q|} \cdot p^{|Q|} \cdot (1-p)^{n-|Q|} + \binom{n}{|Q|+1} \cdot p^{|Q|+1} \cdot (1-p)^{n-(|Q|+1)} + \cdots + \binom{n}{n} \cdot p^{n} \cdot (1-p)^{n-n} \tag{7}$$

$$A(M) = \sum_{r=0}^{n-|Q|} \binom{n}{|Q|+r} \cdot p^{|Q|+r} \cdot (1-p)^{n-(|Q|+r)} \tag{8}$$

dengan

n : jumlah anggota himpunan semesta

|Q| : jumlah anggota suatu korum yang gagal

r : peningkatan jumlah komponen (proses) yang gagal

3.2. Ketersediaan Sistem Koteri *Majority* Hasil Operasi *Cross Union*

Misalkan $|Q| = q_1 + q_2$, maka

$$\begin{aligned} A(J) = {} & prob(q_1+q_2) + prob(q_1+q_2+1) + prob(q_1+q_2+2) + \cdots \\ & + prob\big((q_1+1)+(q_2-1)\big) + prob\big((q_1+1)+(q_2-1)+1\big) \\ & + prob\big((q_1+1)+(q_2-1)+2\big) + \cdots + prob\big((q_1+2)+(q_2-2)\big) \\ & + prob\big((q_1+2)+(q_2-2)+1\big) + prob\big((q_1+2)+(q_2-2)+2\big) + \cdots \\ & + prob\big((q_1-1)+(q_2+1)\big) + prob\big((q_1-1)+(q_2+1)+1\big) \\ & + prob\big((q_1-1)+(q_2+1)+2\big) + \cdots + prob\big((q_1-2)+(q_2+2)\big) \\ & + prob\big((q_1-2)+(q_2+2)+1\big) + prob\big((q_1-2)+(q_2+2)+2\big) + \cdots \\ & + prob(n_1+n_2) \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} A(J) = \sum_{r=0}^{n_1+n_2-(q_1+q_2)} \Bigg[& \binom{n_1+n_2}{q_1+q_2+r} \cdot p^{q_1+q_2+r} \cdot (1-p)^{n_1+n_2-(q_1+q_2+r)} \\ & + \sum_{i=1}^{q_1} \sum_{j=1}^{q_2} \Bigg(\binom{n_1+n_2}{(q_1+i)+(q_2-j)+r} \cdot p^{(q_1+i)+(q_2-j)+r} \\ & \cdot q^{n_1+n_2-((q_1+i)+(q_2-j)+r)} + \binom{n_1+n_2}{(q_1-i)+(q_2+j)+r} \\ & \cdot p^{(q_1-i)+(q_2+j)+r} \cdot q^{n_1+n_2-((q_1-i)+(q_2+j)+r)} \Bigg) \Bigg] \end{aligned} \tag{10}$$

dengan

n_1 : jumlah anggota himpunan semesta pertama

n_2 : jumlah anggota himpunan semesta kedua

q_1 : jumlah anggota himpunan setiap korum pada koteri pertama

q_2 : jumlah anggota himpunan setiap korum pada koteri kedua

r : peningkatan jumlah komponen (proses) yang gagal.

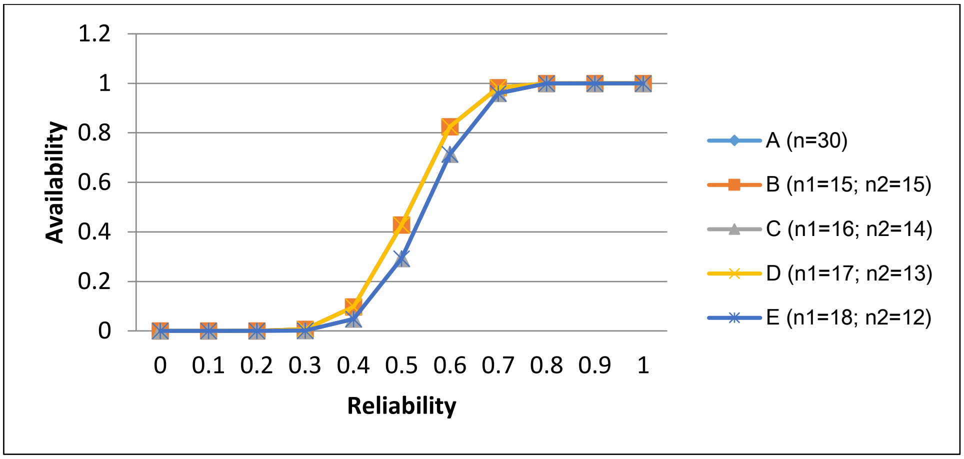
Untuk mengetahui perbandingan nilai ketersediaan dari tiap sistem maka akan dilakukan simulasi dengan menggunakan data sembarang. Misalkan akan dibuat koteri di bawah himpunan semesta dengan $n = 30$. Untuk medapatkan ketersediaan korum sistem gabungan, maka dibuat penggabungan beberapa koteri yang jumlah anggota himpunan semesta gabungannya sama dengan semesta *majority* biasa yaitu $n = 30$. Dengan menggunakan fungsi ketersediaan *majority* tunggal dan gabungan koteri maka akan diperoleh data pada Tabel 1.

Tabel 1 : Nilai Ketersediaan dengan Beberapa Ukuran Korum

p	$n = 30$	$n_1 = 15$ $n_2 = 15$	$n_1 = 16$ $n_2 = 14$	$n_1 = 17$ $n_2 = 13$	$n_1 = 18$ $n_2 = 12$
0.0	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
0.1	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
0.2	0.00005238	0.00005238	0.00001047	0.00005238	0.00001047
0.3	0.00637034	0.00637034	0.00212469	0.00637034	0.00212469
0.4	0.09705684	0.09705684	0.04811171	0.09705684	0.04811171
0.5	0.42776777	0.42776777	0.29233235	0.42776777	0.29233235
0.6	0.82463094	0.82463094	0.71450440	0.82463094	0.71450440
0.7	0.98306268	0.98306268	0.95994745	0.98306268	0.95994745
0.8	0.99976877	0.99976877	0.99909813	0.99976877	0.99909813
0.9	0.99999996	0.99999996	0.99999969	0.99999996	0.99999969
1.0	1.0000000	1.0000000	1.0000000	1.0000000	1.0000000

Berdasarkan Tabel 1 diperoleh bahwa dalam interval [0,1] terdapat perbedaan nilai ketersediaan antara korum yang berukuran ganjil dan genap. Penggabungan korum yang berukuran ganjil memiliki nilai ketersediaan yang sama dengan *majority* tunggal. Hal ini dikarenakan keduanya memiliki ukuran korum yang sama. Sedangkan untuk penggabungan korum yang berukuran genap memiliki ukuran korum yang lebih besar daripada ukuran korum *majority* tunggal sehingga nilai ketersediaannya pun berbeda.

Berdasarkan data tersebut maka diperoleh hubungan antara *availability* (ketersediaan) dan *reliability* (ketangguhan) dalam bentuk grafik seperti pada Gambar 1.



Gambar 1 : Grafik Hubungan Ketangguhan Sistem dan Ketersediaan Korum

Berdasarkan Gambar 1 diperoleh bahwa grafik A, B, dan D saling berimpit yang berarti memiliki nilai ketangguhan sistem dan ketersediaan korum yang sama. Hal ini terjadi karena ukuran korum ketiganya yang sama. Adapun untuk grafik C dan E yang juga saling berimpit satu sama lain memiliki ukuran korum yang sama, tetapi ukurannya lebih besar dibandingkan ketiga grafik lainnya. Akibatnya, nilai ketersediaan korum dan ketangguhan sistem untuk grafik C dan E tidak lebih baik dibandingkan grafik A, B, dan D, meskipun nilainya menghampiri.

IV. CONCLUSIONS

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa untuk koteri majority hasil *cross union* dan koteri *majority* tunggal akan memiliki ketersediaan korum dan ketangguhan sistem yang sama jika dan hanya jika himpunan semesta koteri *majority* tunggal berukuran genap dan penggabungan koteri *majority* berasal dari himpunan semesta ganjil. Adapun untuk kasus yang lainnya maka akan menghasilkan nilai ketersediaan korum dan ketangguhan sistem yang menghampiri koteri *majority* tunggal. Oleh karena itu perlu dilakukan kajian lebih mendalam lagi agar diperoleh nilai ketersediaan dan ketangguhan sistem yang serupa atau bahkan lebih baik.

REFERENCES

[1]. Muhlis, L. O., Lawi, A., & Amir. A. K. 2018. “Operasi Join Koteri-k Diperluas.” *Jurnal Mtematika, Statistika, & Komputasi.* 14(2), 106-113.

[2]. Firliani, D. 2020. “Konstruksi Grid Kubik untuk Masalah Sumber Daya Teralokasi (m, h, k_i).” *Jurnal Axiomath: Jurnal Matematika dan Aplikasinya.* 2(2), 6-9.

[3]. Djunaidy, E., Lawi, A., & Amir, A. K. 2009. “k-Coterie and Coterie Join Operation.” *Journal of Physics: Conference Series.* 1341(4), 042004.

[4]. Lawi, A. 2009. “Operasi Join Diperluas Koteri-k Tak-Terdominasi.” *Prosiding Seminar Nasional MIPA UNIPA.* 4(1), 115-126.

[5]. Makambak, A., & Muhlis, L. 2020. “Ketersediaan Operasi Join Diperluas Koteri-k Tak-Terdominasi.” *Jurnal Axiomath: Jurnal Matematika dan Aplikasinya*, 2(2), 10-15.

[6]. Nurhidayah, Lawi, A., & Amir, A K. 2020. “A Union Operation of Non-Dominated k-Coterie in Distributed System.” *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi*, 16(3), 375-381.

[7]. Arsal, A. & Ningsih, S. 2022. “Operasi *Cross-Union* pada Koleksi Himpunan Koteri *Majority*.” *Research in the Mathematical and Natural Sciences,* 1(2), 17-21.