JIMT
Vol. 13 No. 2 Desember 2016 (Hal 73 - 84)

JIMT
Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan

ISSN : 2450 – 766X

PELABELAN L(2,1) PADA OPERASI BEBERAPA KELAS GRAF

S. Fatimah[1], I W. Sudarsana[2], dan S. Musdalifah[3]

[1,2,3] Program Studi Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Tadulako
Jalan Sukarno-Hatta Km. 9 Palu 94118, Indonesia

[1]fatimahs156@ymail.com, [2]sudarsanaiwayan@yahoo.co.id, [3]selvymusdalifah@yahoo.com

ABSTRACT

Let G be a graph with p vertices dan q edges. An L(2,1) labeling of graph G is a function$f: V \rightarrow \{0,1,2\cdots,k\}$ such that statisfies the conditions$|f(u) - f(v)| \geq 2,$ for$d(u,v) = 1$ for$|f(u) - f(v)| \geq 1,$ if $d(u,v) = 2.$ A number k is called the span of L(2,1) labeling, if k is the largest label vertex of it's labeling. Notation $\lambda(G)$ states that the smallest span of all L(2,1) labelings in a graph G. L'(2,1) labeling on injectiveL(2,1) labeling. A minimum span of all labeling L'(2,1) denoted by $\lambda'(G)$. A graph G which has L'(2,1) labeling is called the graph L'(2.1). The results showed that fan graph (F_n) with $\lambda'(F_n) = n + 1$, wheel graph (W_n) with $\lambda'(W_n) = n + 1$, lotus graph (T_n) with $\lambda'(T_n) = 2n + 2$, $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ graph with $\lambda'\big(K_1 \odot (P_n \cup F_n)\big) = 2n + 2$ and $K_1 \odot tC_n$ graph with $\lambda'(K_1 \odot tC_n) = tn + 1$ is graph L'(2,1).

Keywords : Fan Graph, Lotus Graph, L(2,1) labeling, L'(2,1) labeling, Wheel Graph.

ABSTRAK

Misalkan G adalah graf dengan p titik dan q sisi. Pelabelan L(2,1) pada graf G adalah fungsi $f: V \rightarrow \{0,1,2\cdots,k\}$ yang memenuhi kondisi $|f(u) - f(v)| \geq 2,$ jika $d(u,v) = 1$ dan $|f(u) - f(v)| \geq 1,$ jika $d(u,v) = 2.$ Bilangan k disebut span dari pelabelan L(2,1), jika k adalah label titik terbesar dari pelabelan L(2,1). Notasi $\lambda(G)$ menyatakan span terkecil atas semua pelabelan L(2,1) pada graf G. Pelabelan L(2,1) yang *injektif* disebut pelabelan L'(2,1). Minimum span atas semua pelabelan L'(2,1) dinotasikan dengan$\lambda'(G)$. Sebuah graf G yang mempunyai pelabelan L'(2,1) dinamakan graf L'(2,1). Dalam penilitian ini, telah berhasil ditunjukkan bahwa graf kipas (F_n) dengan $\lambda'(F_n) = n + 1$, graf roda (W_n) dengan $\lambda'(W_n) = n + 1$, graf teratai (T_n) dengan $\lambda'(T_n) = 2n + 2$, graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ dengan $\lambda'\big(K_1 \odot (P_n \cup F_n)\big) = 2n + 2$ dan graf $K_1 \odot tC_n$ dengan $\lambda'(K_1 \odot tC_n) = tn + 1$ adalah graf L'(2,1).

Kata kunci : Graf Kipas, Graf Roda, Graf Teratai, Pelabelan L(2,1), Pelabelan L'(2,1).

I. PENDAHULUAN

Ada banyak jenis pelabelan graf yang telah dikembangkan, diantaranya adalah pelabelan gracefull, pelabelan harmoni, pelabelan super mean, pelabelan ajaib, pelabelan anti ajaib, pelabelan prime cordial, pelabelan triangular dan pelabelan L(2,1).

Pelabelan L(2,1) didefinisikan sebagai pemberian label pada titik suatu graf dengan fungsi adalah fungsi $f: V \rightarrow N \cup \{0\}$ sehingga mutlak dari selisih label dari dua titik yang bertetangga langsung paling sedikit dua dan mutlak dari dua titik yang berjarak dua selisih labelnya paling sedikit satu. $f: V \rightarrow \{0,1,2 \cdots, k\}$ dimana k adalah span dari pelabelan L(2,1). Span adalah label terbesar dari pelabelan L(2,1) pada graf G atau k $\in f(v)$ yang terbesar. Span dari suatu graf G bisa lebih dari satu. Minimum dari beberapa span graf G dilambangkan dengan $\lambda(G)$. Secara matematis dapat ditulis $\lambda(G) = \min\{span\ (G)$ atas semua pelabelan L(2,1) yang dimiliki sebuah graf G}.

Temuan terakhir terkait pelabelan L(2,1) adalah graf lintasan, graf siklus, graf bintang dan graf kincir [4]. Namun, untuk graf kipas, graf roda, graf teratai, graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ dan graf $K_1 \odot tC_n$ masih menjadi masalah terbuka.

II. TINJAUAN PUSTAKA

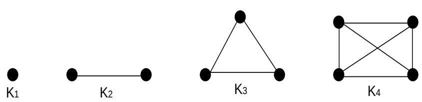
2.1. Definisi Graf

Graf adalah suatu diagram yang terdiri dari titik-titik (*points*) yang disebut *vertex* (*node* / titik) yang dihubungkan dengan garis yang dinamakan sisi dimana setiap sisi terhubung dengan tepat 2 *vertex* [5].

2.2. Jenis – Jenis Graf

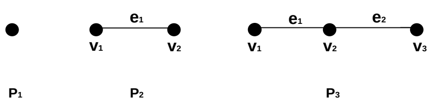
Graf dibagi menjadi beberapa kelas, pada bagian ini ada beberapa jenis – jenis graf yang berkaitan pada penelitian ini.

1. Graf Lengkap



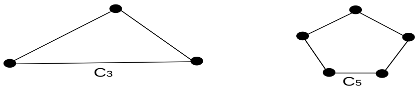
Gambar 1. Contoh graf lengkap

2. Graf Lintasan



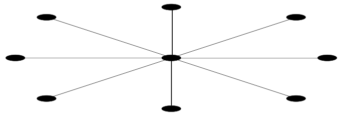
Gambar 2. Contoh graf lintasan

3. Graf Siklus



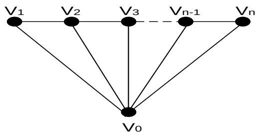
Gambar 3. Contoh graf siklus

4. Graf Bintang



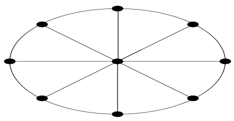
Gambar 4. Contoh graf bintang S_9

5. Graf Kipas



Gambar 5. Contoh graf kipas F_n

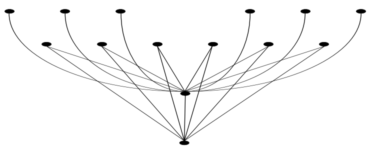
6. Graf Roda



Gambar 6. Contoh graf roda W_8

7. Graf Teratai

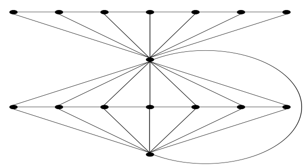
Graf teratai dibentuk dari graf lengkap K_1 korona graf bintang S_n kemudian titik $n-1$ pada graf bintang menghasilkan satu titik baru dan terhubung pada titik tengah graf bintang. Dengan demikian, graf teratai mempunyai $2n+2$ titik dan $(2n+1)$ sisi.



Gambar 7. Contoh graf teratai$n = 6$

8. Graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$

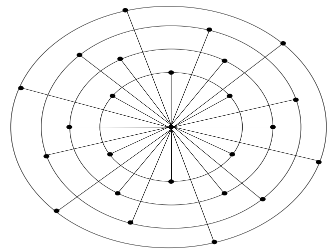
Graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ adalah graf yang dibentuk dari graf K_1 korona graf lintasan P_n gabung graf kipas F_n yaitu $= K_1 \odot (P_n \cup F_n)$, dengan demikian graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ mempunyai $(2n + 2)$ titik dan $(4n + 1)$ sisi.



Gambar 8. Contoh graf $K_1 \odot (P_7 \cup F_7)$

9. Graf $K_1 \odot tC_n$

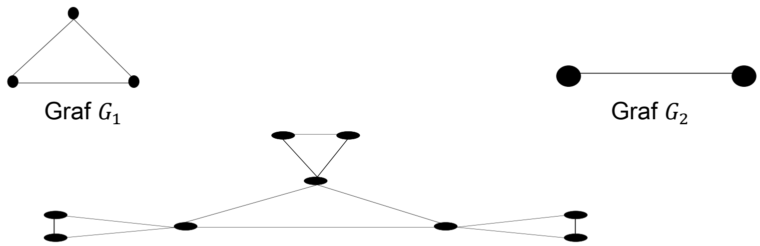
Graf $K_1 \odot tC_n$ adalah graf yang dibentuk dari graf K_1 korona beberapa graf siklus tC_n yaitu $K_1 \odot tC_n$, dengan demikian graf $K_1 \odot tC_n$ mempunyai $(tn + 1)$ titik dan $(2tn)$ sisi.



Gambar 9: Contoh graf $K_1 \odot 4C_6$

2.3. Operasi Korona pada Graf

Misalkan G_1 dan G_2 adalah dua buah graf sebarang. G_1 korona G_2, $(G_1 \odot G_2)$ adalah graf yang dibentuk dari graf G_1 dan graf G_2 dengan graf G_2 sebanyak order G_1, $(|G_1|)$, sebut ${G_2}^1, {G_2}^2 \cdots, {G_2}^{|G_1|}$ dengan cara menghubungkan semua titik di ${G_2}^{(i)}$ ke satu titik x_i di G_1, dengan $i = 1,2, \cdots, |G_1|$.



Gambar 10. Contoh graf $G_1 \odot G_2$

2.4. Pelabelan L(2,1)

Pelabelan jarak dua, L(2,1) pada graf G dengan p titik dan q sisi adalah fungsi $f\colon V \to N \cup \{0\}$sedemikian sehingga memenuhi syarat :

1. $|f(u) - f(v)| \geq 2$, jika $d(u,v) = 1$
2. $|f(u) - f(v)| \geq 1$, jika $d(u,v) = 2$

$f\colon V \to \{0,1,2 \cdots, k\}$ dimana k adalah span dari pelabelan L(2,1). Span adalah label terbesar dari pelabelan L(2,1) pada graf G atau k ∈ $f(v)$ yang terbesar. Span dari suatu graf G bisa lebih dari satu. Minimal dari beberapa span graf G dilambangkan dengan $\lambda(G)$ atau $\lambda(G) = \min\{\mathrm{span(G)}\}$.

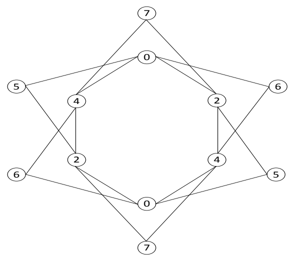
Proposisi 1 : Nilai λ dari sebuah graf bintang $K_{1,\Delta}$ adalah $\Delta + 1$, dimana Δ adalah derajat maksimum [3].

Proposisi 2 : $\lambda(H) \leq \lambda(G)$, untuk setiap subgraf H dari sebuah graf G [2].

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

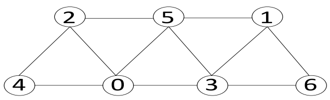
Pada bagian ini akan dibahas pelabelan L'(2,1)pada graf kipas (F_n), graf roda (W_n), graf teratai, graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ dan graf $K_1 \odot tC_n$.

Definisi 1: Pelabelan L(2,1) pada graf G adalah fungsi $f\colon V \to \{0,1,2 \cdots, k\}$ yang memenuhi kondisi (1) $|f(u) - f(v)| \geq 2$, jika $d(u,v) = 1$, (2) $|f(u) - f(v)| \geq 1$, jika $d(u,v) = 2$. Bilangan k disebut span dari pelabelan L(2,1), f, jika k adalah label titik terbesar atas pelabelan L(2,1), f tersebut. Notasi $\lambda(G)$ menunjukkan span terkecil atas semua pelabelan L(2,1) pada graf G.



Gambar 11. Contoh pelabelan L(2,1) pada graf $D_2(C_5)$.

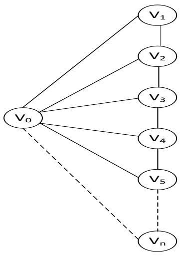
Definisi 2: Pelabelan L(2,1) yang *injektif* disebut pelabelan L'(2,1) dan minimal span atas semua pelabelan L'(2,1) disebut $\lambda'(G)$.



Gambar 12. Contoh pelabelan L'(2,1) pada graf $T(P_4)$

3.1. Graf Kipas F_n

Sebelum itu akan diberikan notasi titik dan sisi dari graf kipas (F_n) untuk $n \geq 1$ adalah sebagai berikut :



Gambar 13. Penotasian titik pada graf F_n

Berdasarkan Gambar 13 di atas dapat dinotasikan himpunan titik dan sisi pada graf F_n untuk $n \geq 1$, yaitu :

$$V(F_n) = \{v_i | 0 \leq i \leq n\}$$

$E(F_n) = \{e_i | 1 \leq i \leq n\}$ dengan $e_i = v_0 v_i$; $0 \leq i \leq n$.

Teorema 1 : Graf Kipas dengan $n + 1$ titik, F_n, mepunyai$\lambda'(F_n) = n + 1$

Bukti :

Pandang notasi titik dan sisi untuk graf F_n pada gambar 13 akan ditunjukkan $\lambda'(F_n) \leq n+1$ yaitu dengan mengkonstruksi pelabelan L'(2,1) dari graf F_n dengan span $n+1$. Definisikan fungsi *injektiff* $: V(F_n) \rightarrow \{0,1,\dots,n+1\}$ sebagai berikut:

Untuk n ganjil:

$f(v_0) = 0$

$f(v_i) = 2i \qquad ; i = 1,2,\dots,\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor$

$f\left(v_{\left\lceil\frac{n}{2}\right\rceil}\right) = n+1$

$f(v_i) = 2i - 5 \qquad ; i = \left\lceil\frac{n}{2}\right\rceil + 1,\dots,n$

Untuk n genap:

$f(v_0) = 0$

$f(v_i) = 2i \qquad ; i = 1,2,\dots,\frac{n}{2}$

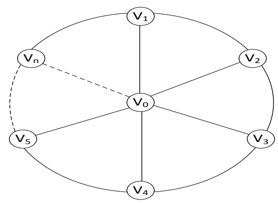
$f(v_i) = 2i - 5 \qquad ; i = \frac{n}{2} + 1,\dots,n-1$

$f(v_n) = n+1$

Dapat diverifikasi bahwa fungsi f memenuhi sifat pelabelan L(2,1) dalam Definisi 1 dan Definisi 2 dengan label terbesar adalah $n+1$. Oleh karena itu, $\lambda'(F_n) \leq n+1$. Selanjutnya akan ditunjukkan $\lambda'(F_n) \geq n+1$. Pandang graf $K_{1,n}$ adalah subgraf dari F_n dan menurut Proposisi 1 dan 2, memberikan$\lambda'(F_n) \geq \lambda'(K_{1,n}) = n+1$ sehingga $\lambda'(F_n) \geq n+1$. Jadi, $\lambda'(F_n) = n+1$.

3.2. Graf Roda W_n

Sebelum itu akan diberikan notasi titik secara umum pada graf roda (W_n) untuk $n \geq 1$ adalah sebagai berikut :



Gambar 14. Penotasian titik pada graf W_n

Berdasarkan Gambar 14 di atas dapat dinotasikan himpunan titik pada graf W_n untuk $n \geq 1$, yaitu :

$$V(W_n) = \{v_i | 0 \leq i \leq n\}$$

$E(W_n) = \{e_i | 1 \leq i \leq n\}$ dengan $e_i = v_0 v_i \;\; ; 0 \leq i \leq n.$

Teorema 2 : Graf Roda dengan $n+1$ titik, W_n, mepunyai$\lambda'(W_n) = n+1$

Bukti :

Pandang notasi titik dan sisi untuk graf W_n pada gambar 14 akan ditunjukkan $\lambda'(W_n) \leq n+1$ yaitu dengan mengkonstruksi pelabelan L'(2,1) dari graf W_n dengan span $n+1$. Definisikan fungsi *injektiff* $: V(W_n) \rightarrow \{0,1,\dots,n+1\}$ sebagai berikut :

Untuk n ganjil:

$f(v_0) = 0$

$f(v_i) = 2i \qquad ; i = 1,2,\dots,\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor$

$f\left(v_{\left\lceil\frac{n}{2}\right\rceil}\right) = n+1$

$f(v_i) = 2i-5 \qquad ; i = \left\lceil\frac{n}{2}\right\rceil + 1,\dots,n$

Untuk n genap:

$f(v_0) = 0$

$f(v_i) = 2i \qquad ; i = 1,2,\dots,\frac{n}{2}$

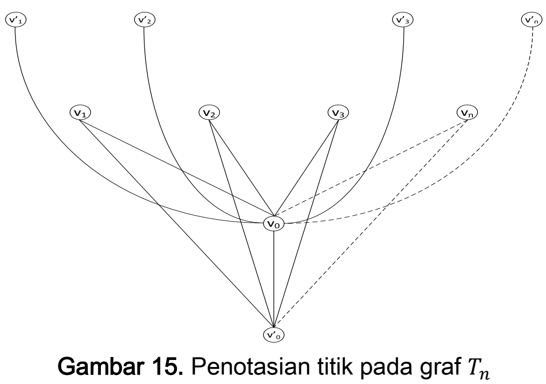
$f(v_i) = 2i-5 \qquad ; i = \frac{n}{2} + 1,\dots,n-1$

$f(v_n) = n+1$

Dapat di verifikasi bahwa fungsi f memenuhi sifat pelabelan L(2,1) dalam Definisi 1 dan Definisi 2 dengan label terbesar adalah $n+1$. Oleh karena itu, $\lambda'(W_n) \leq n+1$. Selanjutnya akan ditunjukkan $\lambda'(W_n) \geq n+1$. Pandang graf $K_{1,n}$ adalah subgraf dari W_n dan menurut Proposisi 1 dan 2, memberikan $\lambda'(W_n) \geq \lambda'(K_{1,n}) = n+1$ sehingga $\lambda'(W_n) \geq n+1$. Jadi, $\lambda'(W_n) = n+1$.

3.3. Graf Teratai T_n

Sebelum itu akan diberikan notasi titik dan sisi dari graf teratai (T_n) untuk $n \geq 1$ adalah sebagai berikut :



Gambar 15. Penotasian titik pada graf T_n

Berdasarkan Gambar 15 dapat dinotasikan himpunan titik pada graf T_n untuk $n \geq 1$, yaitu :

$$V(T_n) = \{v_i | 0 \leq i \leq n\} \cup \{v'_i | 0 \leq i \leq n\}$$

$E(T_n) = \{e_i | 1 \leq i \leq n\}$ dengan $e_i = v_0 v'_i$; $0 \leq i \leq n$.

Teorema 3 : Graf Teratai dengan $2n + 2$ titik, T_n, mepunyai$\lambda'(T_n) = 2n + 2$

Bukti :

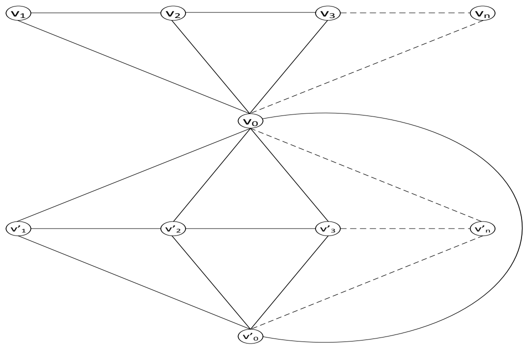
Pandang notasi titik dan sisi untuk graf T_n pada gambar 15 akan ditunjukkan $\lambda'(T_n) \leq 2n + 2$ yaitu dengan mengkonstruksi pelabelan L'(2,1) dari graf T_n dengan span $2n + 2$. Definisikan fungsi *injektiff* : $V(T_n) \rightarrow \{0,1, \dots, 2n + 2\}$ sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
&f(v_0) = 0 \\
&f(v_i) = i + 1 && ; i = 1,2, \dots, n \\
&f(v'_0) = 2n + 2 \\
&f(v'_i) = i + n + 1 && ; i = 1,2, \dots, n
\end{aligned}$$

Dapat diverifikasi bahwa fungsi f memenuhi sifat pelabelan L(2,1) dalam Definisi 1 dan Definisi 2 dengan label terbesar adalah $2n + 2$. Oleh karena itu, $\lambda'(T_n) \leq 2n + 2$. Selanjutnya akan ditunjukkan $\lambda'(T_n) \geq 2n + 2$. Pandang graf $K_{1,2n+1}$ adalah subgraf dari T_n dan menurut Proposisi 1 dan 2, memberikan $\lambda'(T_n) \geq \lambda'(K_{1,2n+1}) = 2n + 2$ sehingga $\lambda'(T_n) \geq 2n + 2$. Jadi, $\lambda'(T_n) = 2n + 2$.

3.4. Graf $\boldsymbol{K_1 \odot (P_n \cup F_n)}$

Sebelum itu akan diberikan notasi titik dan sisi dari graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ untuk $n \geq 1$ adalah sebagai berikut :



Gambar 16. Penotasian titik pada graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$

Berdasarkan Gambar 16 di atas dapat dinotasikan himpunan titik pada graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ untuk $n \geq 1$, yaitu :

$$V(K_1 \odot (P_n \cup F_n)) = \{v_i | 0 \leq i \leq n\} \cup \{v'_i | 0 \leq i \leq n\}$$
$$E(T_n) = \{e_i | 1 \leq i \leq n\} \text{ dengan } e_i = v_0 v'_i \ ; 0 \leq i \leq n.$$

Teorema 4 : Graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ dengan $2n+2$ titik, $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$, mepunyai $\lambda'\big(K_1 \odot (P_n \cup F_n)\big) = 2n+2$

Bukti :

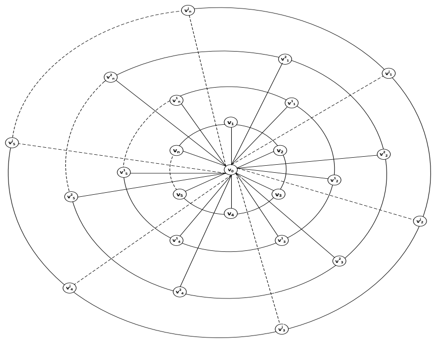
Pandang notasi titik dan sisi untuk graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ pada gambar 16 akan ditunjukkan $\lambda'\big(K_1 \odot (P_n \cup F_n)\big) \leq 2n+2$ yaitu dengan mengkonstruksi pelabelan L'(2,1) dari graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ dengan span $2n+2$. Masukkan fungsi *injektiff* $: V\big(K_1 \odot (P_n \cup F_n)\big) \to \{0,1,\dots,2n+2\}$ sebagai berikut:

$$f(v_0) = 0$$
$$f(v_i) = 2i+1 \qquad ; i = 1,2,\dots,n$$
$$f(v'_0) = 2$$
$$f(v'_i) = 2i+2 \qquad ; i = 1,2,\dots,n-1$$
$$f(v_n) = 2n+2$$

Dapat diverifikasi bahwa fungsi f memenuhi sifat pelabelan L(2,1) dalam Definisi 1 dan Definisi 2 dengan label terbesar adalah $2n+2$. Oleh karena itu, $\lambda'\big(K_1 \odot (P_n \cup F_n)\big) \leq 2n+2$. Selanjutnya akan ditunjukkan $\lambda'\big(K_1 \odot (P_n \cup F_n)\big) \geq 2n+2$. Pandang graf $K_{1,2n+1}$ adalah subgraf dari $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ dan menurut Proposisi 1 dan 2, memberikan $\lambda'(K_1 \odot (P_n \cup F_n)) \geq \lambda'(K_{1,2n+1}) = 2n+2$ sehingga $\lambda'\big(K_1 \odot (P_n \cup F_n)\big) \geq 2n+2$. Jadi, $\lambda'\big(K_1 \odot (P_n \cup F_n)\big) = 2n+2$.

3.5. Graf $K_1 \odot tC_n$

Sebelum itu akan diberikan notasi titik dan sisi dari graf $K_1 \odot tC_n$ untuk $n \geq 1$ dan $t \geq 1$ adalah sebagai berikut :



Gambar 17. Penotasian titik pada graf $K_1 \odot tC_n$

Berdasarkan Gambar 17 di atas dapat dinotasikan himpunan titik pada graf $K_1 \odot tC_n$ untuk $n \geq 1$ dan $t \geq 1$, yaitu :

$$V(K_1 \odot tC_n) = \{v_0, v_i^j \mid 0 \leq i \leq n \; dan \; 0 \leq j \leq t-1\}$$

$E(K_1 \odot tC_n) = \{e_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ dengan $e_i = v_0 v_i^j \; ; 0 \leq i \leq n.$

Teorema 5 : Graf $K_1 \odot tC_n$ dengan $tn + 1$ titik, $K_1 \odot tC_n$ mempunyai $\lambda'(K_1 \odot tC_n) = tn + 1$

Bukti :

Pandang notasi titik dan sisi untuk graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ pada gambar 17 akan ditunjukkan $\lambda'(K_1 \odot tC_n) \leq tn + 1$ yaitu dengan mengkonstruksi pelabelan L'(2,1) dari graf $K_1 \odot tC_n$ dengan span $tn + 1$. Masukkan fungsi *injektiff* $: V(T_n) \to \{0,1, \dots, tn + 1\}$ sebagai berikut :

Untuk n ganjil:

$f(v_0) = 0$

$f(v_i) = 2i \qquad ; i = 1,2, \dots, \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$

$f(v_i) = 2i - n \qquad ; i = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1, \dots, n$

$f(v_i^j) = f(v_i) + jn \qquad ; i = 1,2, \dots, n$ dan $j = 1,2, \dots, t$

$f\left(v^t_{\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil}\right) = tn + 1$

Untuk n genap:

$f(v_0) = 0$

$f(v_i) = 2i \qquad ; i = 1,2, \dots, \frac{n}{2}$

$f(v_i) = 2i - n + 1 \qquad ; i = \frac{n}{2} + 1, \dots, n$

$f(v_i^j) = f(v_i) + jn \qquad ; i = 1,2, \dots, n$ dan $j = 1,2, \dots, t$

$f(v_n^t) = tn + 1$

Dapat diverifikasi bahwa fungsi f memenuhi sifat pelabelan L(2,1) dalam Definisi 1 dan Definisi 2 dengan label terbesar adalah $tn + 1$. Oleh karena itu, $\lambda'(K_1 \odot tC_n) \leq tn + 1$. Selanjutnya akan ditunjukkan $\lambda'(K_1 \odot tC_n) \geq tn + 1$. Pandang graf $K_{1,tn}$ adalah subgraf dari $K_1 \odot tC_n$ dan menurut Proposisi 1 dan 2, memberikan $\lambda'(K_1 \odot tC_n) \geq \lambda'(K_{1,tn}) = 2n + 2$ sehingga $\lambda'(K_1 \odot tC_n) \geq tn + 1$. Jadi, $\lambda'(K_1 \odot tC_n) = tn + 1$.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan :

1. Graf kipas F_n adalah L'(2,1) dengan $n \geq 5$, $\lambda'(F_n) = n + 1$
2. Graf roda W_n adalah L'(2,1) dengan $n \geq 5$, $\lambda'(W_n) = n + 1$
3. Graf teratai T_n adalah L'(2,1) dengan $n \geq 3$, $\lambda'(T_n) = 2n + 2$
4. Graf $K_1 \odot (P_n \cup F_n)$ adalah L'(2,1) untuk $n \geq 3$, $\lambda'\big(K_1 \odot (P_n \cup F_n)\big) = 2n + 2$
5. Graf $K_1 \odot tC_n$ adalah L'(2,1) untuk $n \geq 5$ dan $t \geq 3$, $\lambda'(K_1 \odot tC_n) = tn + 1$

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Didi, S. dan Nanang, P, 2008, *Pengetahuan Dasar Teori Graph,* Binadarma, , Palembang, 2.

[2]. G. Chang and D. Kuo, The L(2,1)-labelling problem on graphs, *SIAM J. Discrete Math,* 9(2), 1996, 309-316.

[3]. J. Griggs and R. Yeh, 1992, Labeling graph with a condition at distance 2, *SIAM J. Discrete Math,* 5, 586-595.

[4]. Vadya, S. K., Vihol, P. L., Dani, N. A., Bantva, D. D, 2011, *Distance two labeling of some total graph*, *Gen. Math. Notes,* 3, 100-107.

[5]. Wilson, R. J and Watkins, J.J, 1990, *Graphs : An Introductory Approach a First Course in Discrete Mathematics*., John Willy and Sons, Inc, New York.