JIMT
Vol. 10 No. 1 Juni 2013 (Hal. 74 – 82)

JIMT
Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan

ISSN : 2450 – 766X

ANALISIS KESTABILAN PADA MODEL PENYEBARAN HIV/AIDS DI KOTA PALU

R. Setiawaty[1], R. Ratianingsih[2], A. I. Jaya[3]

[1,2,3]Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Tadulako
Jalan Soekarno-Hatta Km. 09 Tondo, Palu 94118, Indonesia.
[2,3]Ratianingsih@yahoo.com

ABSTRACT

HIV / AIDS is one of the most dangerous diseases in the world because it gives an adverse effect for the sufferer and there is no drug or vaccine to prevent it. Key populations which are expected to dominate HIV infection in the future are gay population and low risk women. This research examines the model of the spread of HIV in both populations. The model is built based on the interactions between susceptible individuals and infected individuals. The construction of Diferential Equation System has two critical points called critical points of free diseaseand endemic critical point. The stability of the system was analyzed at the critical points with Jacobi Matrix. Stability analysis shows that the disease will disappear if $R_0<1$, and will be endemic if $R_0> 1$. The BasicReproduction Number of HIV / AIDS in the Palu City is more than one which means the disease will be exist and endemic in the population. The results of simulation indicate that the disease will continue to exist in Palu until the next 200 years.

Keywords : Gay, HIV / AIDS, Jacobi Matrices, Stability System.

ABSTRAK

HIV/AIDS merupakan salah satu penyakit menular yang paling berbahaya di dunia karena berakibat buruk pada penderitanya dan belum ditemukan obat atau vaksin untuk mencegahnya. Populasi kunci yang diperkirakan akan mendominasi infeksi HIV di masa depan adalah populasi Gay dan perempuan beresiko rendah. Penelitian ini mengkaji model penyebaran HIV pada kedua populasi tersebut. Model dibangun berdasarkan interaksi antara individu rentan dan individu terinfeksi. Dari Sistem Persamaan Diferensial yang dikonstruksi, didapatkan 2 titik kritis yaitu titik kritis bebas penyakit dan titik kritis endemik. Kestabilan sistem dianalisa di titik-titik kritisnya dengan Matriks Jacobi. Hasil dari analisis kestabilan memperlihatkan bahwa penyakit akan hilang jika $R_0< 1$, dan akan endemik jika $R_0> 1$. Bilangan reproduksi dasar penyakit HIV/AIDS di Kota Palu adalah 18 yang berarti penyakit akan endemik di populasi. Simulasi menunjukkan bahwa penyakit akan terus ada di Kota Palu hingga kurun waktu 200 tahun kedepan.

Kata Kunci : Gay, HIV/AIDS, Matriks Jacobi, Kestabilan Sistem.

I. PENDAHULUAN

AIDS atau *Acquired Immunodeficiency Syndrome* merupakan salah satu penyakit menular yang berat. Penyakit ini disebabkan oleh infeksi HIV atau *Human Immunodeficiency Virus* yaitu virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh. Penderita HIV/AIDS akan gampang terserang penyakit dan bisa menyebabkan kematian bahkan untuk peyakit ringan sekalipun. HIV/AIDS merupakan salah satu penyakit yang paling diwaspadai di segala belahan dunia karena sangat berakibat pada penderitanya dan belum ditemukan obat atau vaksin yang bisa mencegahnya. [5]

Berdasarkan estimasidari Kementrian Kesehatan Republik Indonesia tahun 2013, epidemi HIV/AIDS di Indonesia tidak lagi didominasi oleh kelompok pengguna jarum suntik (PENASUN) dan wanita pekerja seksual (WPS). Pada tahun-tahun mendatang, jumlah terbesar infeksi HIV baru akan terjadi di antara laki-laki yang berhubungan seks dengan laki-laki (LSL), diikuti oleh perempuan pada populasi umum (perempuan risiko rendah). Berbeda dengan waria yang mengidentifikasi dan mengekspresikan diri sebagai perempuan, LSL umumnya mengidentifikasikan diri sebagai orang yang berorientasi seks sejenis dan berpenampilan sebagai lelaki. Seorang LSL yang menikah dengan perempuan akan menularkan penyakitnya pada istrinya. Hal ini sudah menjadi permasalahan serius dalam penyebaran HIV/AIDS karena kurangnya intervensi penanggulangan pada kelompok ini.

Di Kota Palu sendiri, estimasi populasi orang dengan HIV/(ODHA) dari masing-masing populasi kunci paling banyak berasal dari populasi LSL dan wanita berresiko rendah. Berikut adalah urutan populasi ODHA berdasarkan populasi kunci: LSL 432 orang, perempuan resiko rendah 296 orang, laki-laki resiko rendah 182 orang, pelanggan WPS langsung: 148, pengguna jarum suntik 42 orang, WPS langsung 22 orang, pelanggan waria 18 orang, waria 10 orang, WPS tidak langsung 1 orang, pelanggan WPS tidak langsung 1 orang. [3]

Jika hal ini dikaitkan dengan fenomena gunung es yang sering dipakai untuk memperediksikan penyebaran HIV/AIDS di suatu komunitas masyarakat yaitu 1:100 atau 1:10, artinya jika ada satu penderita yang terdeteksi berarti ada 10 bahkan 100 yang telah terjangkit. Hal ini tergantung dari tingkat kerentanan masyarakat yang didukung oleh beberapa indikator tertentu.
Perkembangan ilmu matematika memberikan peranan penting untuk menganalisa pendekatan dan manajemen penularan penyakit, termasuk HIV/AIDS. Model matematika untuk penyebaran penyakit ini memang tidak dapat menggambarkan secara akurat semua aspek epidemik riilnya. Namun dengan adanya pemodelan matematika dapat memberikan gambaran tentang strategi-strategi yang dapat dilakukan untuk memperkecil laju infeksi dan membantu dalam prediksi dan pengendalian penyakit di masa mendatang.

II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini bersifat kajian kuantitatif terhadap SPD non linear dengan menggunakan metode leariasi. SPD yang dikaji dibangun atas variabel-variabel S, S_g, I, I_g, A, adapun langkah kajian pada setiap kombinasi adalah:

a. Menentukan titik kritis dari SPD dengan meninjau persamaan pembangun pada kondisi stagnan.

b. Menentukan bilangan reproduksi dasar dengan *Next Generation Matrix*

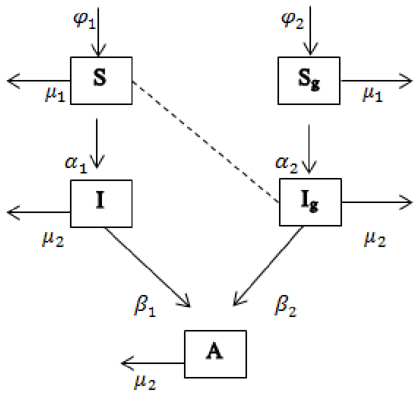
c. Menganalisa kestabilan SPD dengan melakukan linearisasi sistem sekitar titik kritis melalui pengamatan terhadap nilai eigen pada matriks jacobi.

d. Melakukan simulasi dengan memasukkan nilai-nilai parameter yang telah ditentukan ke dalam SPD.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Konstruksi Model

Secara umum, model penyebaran infeksi HIV/AIDS pada populasi Gay dapat dilihat dari kompartemen berikut:



Gambar 1: Kompartemen Penyebaran HIV/AIDS

Kompartemen diatas memperlihatkan alur masuk dan keluarnya individu dalam populasi. Arah panah masuk menunjukkan masuknya inidividu ke dalam subpopulasi dan arah panah keluar menunjukkan keluarnya individu dari subpopulasi. Masuknya individu baru dalam subpopulasi membuat nilai subpopulasi bertambah yang ditandai dengan tanda positif pada model, dan keluarnya individu dari subpopulasi membuat nilai subpopulasi berkurang yang ditandai dengan tanda negatif pada model. Garis lurus menunjukkan jalur transmisi, sedangkan garis putus-putus menunjukkan penginfeksian antar subpopulasi. Sehingga dari kompartemen diatas, dibentuk model matematika sebagai berikut.

$\frac{dS}{dt} = \varphi_1 - S(\alpha_1 \frac{I_g}{N} + \mu_1)$ .... (1)
$\frac{dS_g}{dt} = \varphi_2 - S_g(\alpha_2 \frac{I_g}{N} + \mu_1)$ .... (2)
$\frac{dI}{dt} = \alpha_2 S \frac{I_g}{N} - I(\mu_2 + \beta)$ .... (3)
$\frac{dI_g}{dt} = \alpha_2 S_g \frac{I_g}{N} - I_g(\mu_2 + \beta)$ .... (4)
$\frac{dA}{dt} = \beta I + \beta I_g - \mu_2 A$ .... (5)
dimana φ_1,φ_2,α_1,α_2,μ_1,μ_2 dan β adalah konstanta yang bernilai positif.

3.2. Menentukan Titik Kritis

Titik kritis diperoleh dengan melihat SPD(1) dalam keadaan stagnan atau tidak terdapat perubahan dalam populasi.
$\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dS_g}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dI_g}{dt} = 0, \frac{dA}{dt} = 0$.......... (6)
Sehingga diperoleh dua titik kritis. Titik kritis pertama menyatakan populasi bebas penyakit yang diekspresikan sebagai $T_1 = (\frac{\varphi_1}{\mu_1}, \frac{\varphi_2}{\mu_1}, 0,0,0)$, selanjutnya titik kritis ini disebut Titik Kritis Bebas Penyakit. Titik kritis kedua menyatakan populasi yang terjangkit penyakit yang diekspresikan sebagai $T_2 = \left(S^*, {S_g}^*, I^*, {I_g}^*, A^*\right)$, dimana:
$S^* = \frac{N}{\alpha_1}\left(\frac{\varphi_1 N \alpha_2(\mu_2+\beta_2)}{\varphi_2\alpha_2 - \mu_1 N^2(\mu_2+\beta) - \mu_1 N \alpha_2(\mu_2+\beta)}\right)$, ... (7)
${S_g}^* = \frac{(\mu_2+\beta_2)N}{\alpha_2}$, ... (8)
$I^* = \left(\frac{\varphi_1 N \alpha_2}{\varphi_2\alpha_2 - \mu_1 N^2(\mu_2+\beta) - \mu_1 N \alpha_2(\mu_2+\beta)}\right)\left(\frac{\varphi_2}{N(\mu_2+\beta)} - \frac{\mu_1 N}{\alpha_2}\right)$, ... (9)
${I_g}^* = \frac{\varphi_2}{(\mu_2+\beta)} - \frac{\mu_1 N}{\alpha_2}$, ... (10)
$A^* = \frac{\beta}{\mu_2}\left[\left(\frac{\varphi_2}{(\mu_2+\beta)} - \frac{\mu_1 N}{\alpha_2}\right) + \left(\frac{\varphi_1 N \alpha_2}{\varphi_2\alpha_2 - \mu_1 N^2(\mu_2+\beta) - \mu_1 N \alpha_2(\mu_2+\beta)}\right)\left(\frac{\varphi_2}{N(\mu_2+\beta)} - \frac{\mu_1 N}{\alpha_2}\right)\right]$. .... (11)
Selanjutnya titik kritis ini disebut Titik Kritis Endemik.

3.3. Menentukan Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar didapatkan dengan membangun matriks yang menunjukan pertambahan jumlah individu terinfeksi baru dengan*Next Generation Matrix*(NGM). [2]
Misalkan $\boldsymbol{x} = (I, I_g, A)^T$, sehingga:
$\frac{dx}{dt} = \mathrm{F}(\boldsymbol{x}) - V(\boldsymbol{x})$ .... (12)
Dengan $\mathrm{F}(\boldsymbol{x})$ adalah matriks transmisi yaitu matriks yang berisi laju infeksi individu baru karena kontak, dan $\mathrm{V}(\boldsymbol{x})$ adalah matriks transisi yaitu matriks yang berisi laju transfer masuk dan keluar subpopulasi terinfeksi. Sehingga didapatkan:

$$\mathrm{F}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1 S I_g}{N} \\ \frac{\alpha_2 S_g I_g}{N} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$V(\boldsymbol{x}) = \left[\begin{pmatrix} (\mu_2+\beta)I \\ (\mu_2+\beta)I_g \\ \mu_2 A \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta(I+I_g) \end{pmatrix}\right] \quad (14)$$

Kemudian dibangun matriks $\mathrm{T}(\boldsymbol{x})$ dan $\Sigma(\boldsymbol{x})$ yaitu matriks jacobian dari $\mathrm{F}(\boldsymbol{x})$ dan $V(\boldsymbol{x})$ yang dievaluasi di titik kritis bebas penyakit.

$$\mathrm{T}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha_1\varphi_1}{\mu_1 N} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2\varphi_2}{\mu_1 N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\Sigma(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} \mu_2+\beta & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2+\beta & 0 \\ \beta & \beta & \mu_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

NGM didapatkan dari perkalian $\mathrm{T}(x)$ dengan invers $\Sigma(x)$:

$$\mathrm{T}(\boldsymbol{x})\Sigma(\boldsymbol{x})^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha_1\varphi_1}{\mu_1 N} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2\varphi_2}{\mu_1 N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_2+\beta} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mu_2+\beta} & 0 \\ -\frac{\beta}{(\mu_2+\beta)\mu_2} & -\frac{\beta}{(\mu_2+\beta)\mu_2} & \frac{1}{\mu_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha_1\varphi_1}{\mu_1 N(\mu_2+\beta)} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2\varphi_2}{\mu_1 N(\mu_2+\beta)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Sehingga didapatkan nilai R_0:

$$R_0 = \rho(\mathrm{T}(\boldsymbol{x})\Sigma(\boldsymbol{x})^{-1}) \quad (18)$$

$$R_0 = \frac{\alpha_2\varphi_2}{\mu_1 N(\mu_2+\beta)} \quad (19)$$

Dari nilai R_0 diatas, dapat dilihat bahwa tingkat pertambahan infeksi baru dalam populasi rentan dipengaruhi oleh laju infeksiterhadap perekrutan individu gay selama masa periode infeksi.

3.4. Analisis Kestabilan

Untuk analisis kestabilan titik kritis bebas penyakit terlebih dahulu dilakukan transformasi karena S dan Sg tidak sama dengan nol. Matriks Jacobi SPD (1) yang dievaluasi dititik (0,0,0,0,0) memberikan :

$$(-\mu_1-\lambda)(-\mu_2-\beta-\lambda)(-\mu_1-\lambda)(R_0-1-\lambda)(-\mu_2-\lambda) = 0 \quad (20)$$

Nilai-nilai eigen sistem diperoleh dari persamaan (3):

$\lambda_1 = -\mu_1$ $\qquad$ $\lambda_4 = R_0 - 1$
$\lambda_2 = -\mu_2 - \beta$ $\qquad$ $\lambda_5 = -\mu_2$
$\lambda_3 = -\mu_1$

Karena semua parameter bernilai positif, maka $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ dan λ_5 bernilai negatif. Sistem akan stabil λ_4 juga bernilai negatif, sehingga memunculkan syarat $R_0 - 1 < 0$ atau $R_0 < 1$.

Analisis kestabilan titik kritis endemik juga terlebih dahulu dilakukan transformasi. Sehingga linearisasi sistem di titik kritis baru (0,0,0,0,0) memberikan nilai eigen:

$$\lambda_1 = -\mu_1 - \alpha_1(R_0 - 1) \quad (21)$$

$$\lambda_2 = -\mu_2 - \beta \quad (22)$$

$$\lambda_3 = -\mu_2 \quad (23)$$

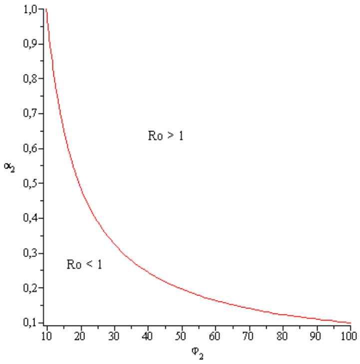
$$\lambda_4 = -\frac{1}{2}\frac{\varphi_2\alpha_2 - \sqrt{4\mu_1(\mu_2+\beta)^2N^2 - 4\alpha_2\varphi_2(\mu_2+\beta)N + (\varphi_2\alpha_2)^2}}{(\mu_2+\beta)N} \quad (24)$$

$$\lambda_5 = -\frac{1}{2}\frac{\varphi_2\alpha_2+\sqrt{4\mu_1(\mu_2+\beta)^2N^2-4\alpha_2\varphi_2(\mu_2+\beta)N+(\varphi_2\alpha_2)^2}}{(\mu_2+\beta)N} \quad (25)$$

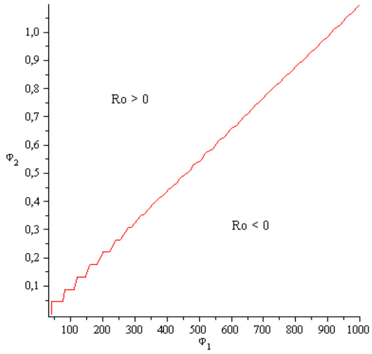
Dari nilai-nilai eigen diatas terlihat bahwa sistem stabil jika $R_0 - 1 > 0$ atau $R_0 > 1$.

3.5. Kurva Kestabilan Sistem

Analisis kestabilan sistem pada kedua titik kritis memunculkan syarat kestabilan yang diekspresikan sebagai R_0. Titik kritis pertama akan bersifat stabil jika $R_0 < 1$. Sedangkan titik kritis kedua akan bersifat stabil jika $R_0 > 1$. Dengan menggunakan software MAPLE 13 didapatkan kurva yang memperlihatkan daerah kestabilan kedua titik kritis:



(a)



(b)

Gambar 2 : (a). Kurva dalam bidang α_2 dan φ_2, (b). Kurva dalam bidang φ_1 dan φ_2

Kedua gambar diatas menunjukkan daerah kestabilan sistem pada masing-masing titik kritis. Gambar 2 memperlihatkan daerah kestabilan titik kritis bebas penyakit berada di bawah garis. Sedangkan daerah kestabilan titik kritis endemik berada di atas garis. Gambar 3 memperlihatkan batas perbandingan antara nilai φ_1 dan φ_2 dalam kestabilan sistem.

3.6. Simulasi

Untuk melihat dinamika perkembangan HIV/AIDS di Kota Palu menggunakan model yang telah dikonstruksi, dilakukan simulasi menggunakan software Maple 13 dengan menggunakan nilai-nilai parameter dan nilai awal sebagai berikut:

Tabel 1 : Nilai Parameter Komputasi

Parameter Komputasi	Nilai	Sumber
φ_1	1048	Diasumsikan berdasarkan data dari BPS Kota Palu
φ_2	52	Diasumsikan berdasarkan estimasi dari Komisi Penanggulangan AIDS
α_1	0,95	Z. Mukandavire dkk

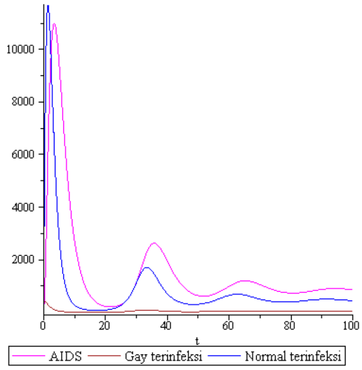
α_2	2,85	Z. Mukandavire dkk
β	0,6	Lutfi Awaliatul dkk
μ_1	0,027	Diasumsikan
μ_2	0,35	Lutfi Awaliatul dkk

Nilai awal diambil dari data sensus penduduk oleh BPS Kota Palu. Untuk data gay diambil berdasarkan asumsi dari Komisi Penanggulangan AIDS:

Tabel 2 : Nilai Awal untuk tiap subpopulasi

Parameter Komputasi	Nilai
$S(0)$	104.811
$S_g(0)$	631
$I(0)$	296
$I_g(0)$	432
$A(0)$	100

Dengan menggunakan *software* Maple 13, didapatkan kurva perkembangan HIV/AIDS dalam kurun waktu 100 tahun kedepan sebagai berikut:



Gambar 4: Dinamika Perkembangan HIV/AIDS untuk 0 ≤ t ≤ 100

Dari gambar diatas terlihat bahwa dalam kurun waktu 10 tahun kedepan populasi terinfeksi HIV/AIDS akan berkembang pesat dan akan turun pada tahun ke 20. Penyakit akan terus ada dan stabil pada tahun ke 100.

3.7. Pembahasan

SPD (1) dapat diamati melalui titik solusi dalam keadaan setimbang atau biasa disebut titik setimbang atau titik kritis. Pengamatan sistem akibat perubahan pada kondisi awal lebih mudah diamati pada titik kritisnya.

Dengan mengamati SPD pada kondisi stagnan atau tidak terdapat perubahan dalam populasi dari SPD (1) didapatkan 2 titik kritis. Titik kritis pertama menggambarkan tidak ada individu terinfeksi sehingga penyakit tidak endemik. Titik kritis kedua memperlihatkan bahwa terdapat individu terinfeksi dalam populasi, artinya penyakit akan endemik.

Keadaan yang diharapkan adalah keadaan saat tidak ada individu yang terinfeksi penyakit, yaitu pada titik kritis bebas penyakit. Analisis kestabilan pada titik ini menunjukkan bahwa sistem akan stabil jika $R_0 < 1$. Untuk mencapai populasi yang bebas penyakit maka syarat tersebut harus dipenuhi, artinya nilai-nilai parameter yang dipilih harus sesuai dengan syarat kestabilan bebas penyakit.

Gambar 2 menunjukkan daerah kestabilan dalam bidang φ_2 dan α_2. Kurva tersebut menunjukkan bahwa semakin besar tingkat perekrutan individu gay rentan, maka tingkat penginfeksian gay harus semakin kecil. Sedangkan Gambar 3 menggambarkan perbandingan antar nilai perekrutan individu gay dan normal dalam kestabilan sistem. Dari kurva terlihat bahwa untuk menjaga sistem tetap stabil pada titik kritis bebas penyakit, maka perbandingan antara perekrutan individu gay dan normal adalah ± 1 : 1000.

Bilangan reproduksi dasar di Kota Palu pada populasi ini adalah 2 > 1. Hal ini menunjukkan bahwa sistem akan stabil pada titik kritis kedua. Artinya dalam kurun waktu kedepan AIDS akan akan terus ada di Kota Palu pada populasi ini. Pada simulasi terlihat bahwa penyakit akan terus ada di dalam kurun waktu lebih dari 150 tahun kedepan. Dari grafik terlihat bahwa populasi akan menuju ke angka kestabilan pada tahun ke 100.

IV. KESIMPULAN

1. Model penyebaran infeksi HIV/AIDS di Kota Palu dengan melibatkan populasi gay adalah:

$$\frac{dS}{dt} = \varphi_1 - S(\alpha_1 \frac{I_g}{N} + \mu_1)$$
$$\frac{dS_g}{dt} = \varphi_2 - S_g(\alpha_1 \frac{I_g}{N} + \mu_1)$$
$$\frac{dI}{dt} = \alpha_1 S \frac{I_g}{N} - I(\mu_2 + \beta)$$
$$\frac{dI_g}{dt} = \alpha_1 S_g \frac{I_g}{N} - I_g(\mu_2 + \beta)$$
$$\frac{dA}{dt} = \beta I + \beta I_g - \mu_2 A$$

Dari SPD diatas didapatkaan dua titik kritis. Titik kritis pertama menggambarkan keadaan populasi bebas penyakit yang di ekspresikan sebagai $T_1 = (\frac{\varphi_1}{\mu_1}, \frac{\varphi_2}{\mu_1}, 0,0,0,0,0)$, sedangkan titik kritis kedua menggambarkan keadaan populasi yang terjangkit penyakit yang diekspresikan sebagai $T_2 = (S^*, {S_g}^*, I^*, {I_g}^*, A^*)$, dimana:

$$S = \frac{N}{\alpha_1}\left(\frac{\varphi_1 N\alpha_2(\mu_2+\beta_2)}{\varphi_2\alpha_2 - \mu_1 N^2(\mu_2+\beta) - \mu_1 N\alpha_2(\mu_2+\beta)}\right)$$

$$S_g = \frac{(\mu_2+\beta_2)N}{\alpha_2}$$

$$I = \left(\frac{\varphi_1 N\alpha_2}{\varphi_2\alpha_2 - \mu_1 N^2(\mu_2+\beta) - \mu_1 N\alpha_2(\mu_2+\beta)}\right)\left(\frac{\varphi_2}{N(\mu_2+\beta)} - \frac{\mu_1 N}{\alpha_2}\right)$$

$$I_g = \frac{\varphi_2}{(\mu_2+\beta)} - \frac{\mu_1 N}{\alpha_2}$$

$$A = \frac{\beta}{\mu_2}\left[\left(\frac{\varphi_2}{(\mu_2+\beta)} - \frac{\mu_1 N}{\alpha_2}\right) + \left(\frac{\varphi_1 N\alpha_2}{\varphi_2\alpha_2 - \mu_1 N^2(\mu_2+\beta) - \mu_1 N\alpha_2(\mu_2+\beta)}\right)\left(\frac{\varphi_2}{N(\mu_2+\beta)} - \frac{\mu_1 N}{\alpha_2}\right)\right].$$

2. Dari analisis yang dilakukan di setiap titik kritis, didapatkan syarat kestabilan pada masing-masing titik kritis. Populasi akan bebas penyakit jika $R_0 < 1$, dan penyakit akan endemik jika $R_0 > 1$. R_0 adalah Bilangan reproduksi dasar yang diekspresikan sebagai: $R_0 = \frac{\alpha_2\varphi_2}{\mu_1 N(\mu_2+\beta)}$
3. Dari R_0 dapat diketahui parameter-parameter yang berpengaruh dalam penyebaran infeksi baru yaitu laju infeksi dan lama periode penginfeksian.
4. Nilai R_0 di Kota Palu lebih besar dari 1, artinya penyakit akan endemik di populasi. Dalam kurun waktu 100 tahun ke depan penyakit akan terus ada dalam populasi. Jumlah penderita HIV/AIDS akan stabil pada tahun ke 100.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Badan Pusat Statistik Kota Palu. 2013. *Kota Palu Dalam Angka*. Palu.

[2] Diekmann O., Heesterbeek J.A.P., Roberts M.G. 2009. *The Construction of Next Generation Matrix For Compramental Epidemics Models*. Journal Of The Royal Society Interface, 7:873-885.

[3] Kementrian Kesehatan Republik Indonesia. 2013. *Estimasi dan Proyeksi HIV/AIDS di Indonesia 2011 – 2016.* Jakarta.

[4] Lutfi Awaliatul dkk. 2012. *Analisis Model Matematika Penyebaran HIV/AIDS Dengan Tahapan Laten Berbeda*. Tugas Akhir Universitas Airlangga. Surabaya.

[5] Wikipedia bahasa Indonesia Ensiklopedia Bebas. 2011. HIV/AIDS. (http://id.wikipedia.org/wiki/AIDS) diakses 27 Januari 2014.

[6] Z. Mukandavire dkk. 2006. *Asymptotic Properties of an HIV/AIDS Model With a Time Delay*. Journal Of Mathematics Analisys and Application 330 (2007) 916-933.