JIMT
Vol. 14 No. 1 Juni 2017 (Hal 1 - 10)

Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan

ISSN : 2450 – 766X

PELABELAN TOTAL BUSUR-AJAIB *b*-BUSUR BERURUTAN PADA GRAF *LOBSTER* $L_n(2;r;t)$ DAN $L_n(2;r,s;t)$

Nurjana[1], I W. Sudarsana[2], dan Resnawati[3]

[1,2,3] Program Studi Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Tadulako
Jalan Sukarno-Hatta Km. 9 Palu 94118, Indonesia
[1]jannah_1090@yahoo.com, [2]sudarsanaiwayan@yahoo.co.id, [3]r35n4w4t1@yahoo.com

ABSTRACT

A bijection $f: V \cup E \to \{1, 2, 3, \ldots, v+e\}$ is called an *b*-edge consecutive edge-magic total labeling (*b*-edge consecutive EMT labeling) of G with vertices v and edges e if f is an edge-magic total labeling of G and $f(E) = \{b+1, b+2, b+3, \ldots, b+e\}$, with $0 \le b \le v$. If a connected graph G has *b*-edge consecutive EMT labeling with $b \in \{1,2,3,\ldots,v-1\}$ then G is a tree. Lobster is one of tree that consists of a single path, where which every vertex has distance at most *t* from the vertices in the main path, with *t* is an integer. Furthermore, an investigation will be conducted about *b*-edge consecutive EMT labeling on lobster $L_n(2;r;t)$ and $L_n(2;r,s;t)$ for $n \ge 1; r,s \ge 2;$ and $t \ge 2$. The results show that lobster $L_n(2;r;t)$ and $L_n(2;r,s;t)$ for $n \ge 1; r,s \ge 2;$ and $t \ge 2$ have *b*-edge consecutive EMT labelings.

Keywords : B-Edge Consecutive Edge-Magic Total Labeling, Lobster Graph.

ABSTRAK

Suatu pemetaan bijektif $f: V \cup E \to \{1, 2, 3, \ldots, v+e\}$ disebut suatu pelabelan total busur-ajaib *b*-busur berurutan (PTBA *b*-busur berurutan) dari G yang memiliki banyaknya titik v dan banyaknya sisi e jika f adalah suatu pelabelan total busur-ajaib dari Gdan $f(E) = \{b+1, b+2, b+3, \ldots, b+e\}$, $0 \le b \le v$. Jika graf terhubung G mempunyai PTBA *b*-busur berurutan dengan $b \in \{1,2,3,\ldots,v-1\}$ maka G adalah suatu graf pohon. Graf *lobster* merupakan salah satu graf pohon yang terdiri dari satu lintasan, dimana setiap simpul memiliki jarak paling banyak *t* terhadap titik-titik di lintasan utama, dengan *t* adalah suatu bilangan bulat. Selanjutnya, akan dilakukan investigasi mengenai PTBA *b*-busur berurutan pada graf *lobster* $L_n(2;r;t)$ dan graf *Lobster* $L_n(2;r,s;t)$ untuk $n \ge 1; r,s \ge 2;$ dan $t \ge 2$.Hasil yang diperoleh adalah graf*l obster* $L_n(2;r;t)$dan graf *Lobster* $L_n(2;r,s;t)$ untuk $n \ge 1; r,s \ge 2;$ dan $t \ge 2$memiliki PTBA *b*-busurberurutan.

Kata Kunci : Graf Lobster, Pelabelan Total Busur Ajaib B-busur Berurutan.

I. PENDAHULUAN

3.1. Latar Belakang

Teori graf adalah cabang kajian yang mempelajari sifat-sifat graf. Secara umum, suatu graf G adalah pasangan himpunan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ yang merupakan himpunan titik yang tak kosong dan $E(G)$ yang merupakan himpunan sisi (pasangan elemen) dari V.Salah satu materi graf yang berkembang dan mendapat perhatian khusus adalah pelabelan graf. Pelabelan pada suatu graf adalah pemetaan bijektif yang memasangkan unsur-unsur graf (simpul atau busur) dengan bilangan bulat positif. Jika domain dari pelabelan adalah himpunan simpul, maka pelabelannya disebut pelabelan simpul (*vertex labeling*), sedangkan jika domain dari pelabelan adalah himpunan busur, maka pelabelannya disebut pelabelan busur (*edge labeling*). Jika domain dari pelabelan adalah gabungan himpunan simpul dan busur, maka pelabelannya disebut pelabelan total (*total labeling*). Kini sudah banyak jenis pelabelan graf yang telah dikembangkan, diantaranya pelabelan gracefull, pelabelan total tak beraturan, pelabelan ajaib, pelabelan anti ajaib, dan pelabelan total super ajaib. Dalam pelabelan total super ajaib, dikenal pula pelabelan total simpul ajaib dan pelabelan total busur ajaib, serta pelabelan berurutan yang merupakan pengembangan dari pelabelan total super ajaib itu sendiri.

Konsep penelitian mengenai pelabelan total busur ajaib semakin berkembang, sehingga Sugeng dan Miller [4] mengkaji dan memperkenalkan istilah pelabelan total busur-ajaib busur berurutan. Suatu pemetaan bijektif $f: V \cup E \to \{1, 2, 3, \dots, v + e\}$ disebut suatu pelabelan total busur-ajaib b-busur berurutan (PTBA *b*-busur berurutan) dari G jika f adalah suatu pelabelan total busur-ajaib dari G dan $f(E) = \{b + 1, b + 2, b + 3, \dots, b + e\}, 0 \leq b \leq v$. Jika suatu graf memiliki PTBA *b*-busur berurutan maka banyak maksimum busur pada G adalah $v - 1$ atau dengan kata lain $e \leq v - 1$. Jika suatu graf terhubung G mempunyai PTBA *b*-busur berurutan dengan $b \in \{1, 2, 3, \dots, v - 1\}$ maka G adalah suatu graf pohon. Penelitian mengenai graf pohon terus berkembang, salah satunya diperkenalkan oleh Khan, Pal, dan Pal [1] yaitu graf lobster. Dalam paper Khan, Pal, dan Pal [1] mengatakan bahwa graf lobster adalah graf pohon yang terdiri dari satu lintasan (dengan panjang maksimum) dimana setiap simpul memiliki jarak paling banyak *t* terhadap lintasan utama, dengan *t* adalah suatu bilangan bulat. Dalam graf lobster, jarak yang dimaksud adalah jarak antara simpul lain dengan simpul terdekat pada lintasan. Kemudian adapula penelitian mengenai PTBA *b*-busur berurutan pada suatu graf *G,* penelitian ini juga telah banyak dilakukan. Sehingga Rachmawati [2] melakukan penelitian mengenai PTBA *b*-busur berurutan pada graf *Lobster* $L_n(2; r)$ dan $L_n(2; r, s)$ dengan $t = 2$.

3.2. Rumusan Masalah

Bagaimana memperoleh pelabelan total busur-ajaib busur-berurutan (PTBA b-busur berurutan) pada graf *Lobster* $L_n(2;r;t)$ dan graf *Lobster* $L_n(2;r,s;t)$untuk $t \geq 2$.

3.3. Tujuan

Tujuan penelitian ini adalah memperoleh pelabelan total busur-ajaib busur-berurutan (PTBA b-busur berurutan) pada graf *Lobster* yaitu graf *Lobster* $L_n(2;r;t)$dan graf *Lobster* $L_n(2;r,s;t)$ untuk $t \geq 2$.

3.4. Manfaat Penelitian

Adapun Manfaat yang dapat diberikan pada penelitian ini adalah:

1. Sebagai tambahan informasi dan wawasan pengetahuan tentang pelabelan total busur-ajaib busur-berurutan pada graf *Lobster*
2. Sebagai bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuwan khususnya di jurusan matematika pada mata kuliah teori graf dan pelabelan graf.

3.5. Batasan Masalah

Penelitian ini dibatasi pada pelabelan total busur-ajaib busur-berurutan khususnya pada graf *Lobster* $L_n(2;r;t)$ untuk $t \geq 2$,dan graf *Lobster* $L_n(2;r,s;t)$ untuk $t \geq 2$.

II. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu

a. Memulai penelitian.
b. Melakukan studi literatur dengan mengumpulkan materi dari buku-buku, artikel dan jurnal yang didapat dari perpustakaan dan perpustakaan *online*.
c. Menotasikan simpul pada Graf *Lobster* $L_n(2;r;t)$dan Graf *Lobster* $L_n(2;r,s;t)$.
d. Mendefinisikan fungsi pelabelan simpul.
e. Menunjukkan label-label simpul merupakan gabungan dari 2 himpunan bilangan berurutan.
f. Menunjukkan himpunan $W = \{f(x) + f(y) | xy \in E\}$ membentuk himpunan bilangan bulat positif berurutan.
g. Menunjukkan Graf *Lobster* $L_n(2;r;t)$dan Graf *Lobster* $L_n(2;r,s;t)$ merupakan PTBA *b*-busur berurutan dengan konstanta ajaib $k = b + e + w$.
h. Menyimpulkan hasil penelitian.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebelum disajikan hasil penelitian ini, terlebih dahulu diberikan Lemma danTeorema-teorema penting yang telah ditemukan sebelumnya yang akan digunakan untuk membuktikan hasil baru dalam penelitian ini. Teorema-teorema tersebut adalah:

Lemma 3.1 Suatu graf G dengan v simpul dan e busur adalah suatu graf busur ajaib *b*-busur berurutan jika dan hanya jika terdapat suatu pemetaan bijektif $f: V \cup E \to \{1, 2, 3, \dots, v+e\}$ sedemikian sehingga $f(V) = \{1,2,3,\dots,v+e\} - \{b+1, b+2, b+3, \dots, b+e\}$, $0 \le b \le v$ dan himpunan $W = \{f(x) + f(y) | xy \in E\}$ terdiri dari *e* bilangan bulat positif berurutan. (Silaban & Sugeng, [3]).

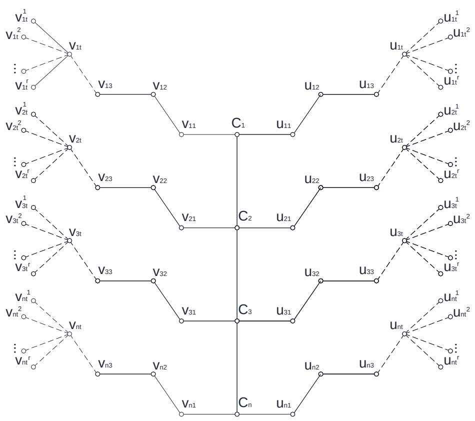
Teorema 3.1 Setiap graf busur-ajaib *b*-busur berurutan mempunyai pelabelan simpul busur anti-ajaib.

Teorema 3.2 Dual dari pelabelan total busur-ajaib *b*-busur berurutan untuk suatu graf *G* adalah suatu pelabelan total busur ajaib $(v - b)$ -busur berurutan.

Teorema 3.3 Jika suatu graf terhubung *G* mempunyai pelabelan total busur-ajaib *b*-busur berurutan dengan $b \in \{1, 2, 3, \dots, v-1\}$ maka *G* adalah suatu graf pohon.

3.1. PTBA *b*-Busur Berurutan pada Graf Lobster $L_n(2; r; t)$

Graf lobster $L_n(2; r; t)$, adalah graf lobster teratur dengan n menyatakan banyak simpul pada lintasan, 2 menyatakan banyak simpul berjarak 1 dari setiap simpul lintasan, *r* menyatakan banyak daun pada simpul terjauh dari setiap simpul lintasan dan t menyatakan panjang maksimum (jarak) dari simpul lintasan.



Gambar 1 : Penotasian simpul pada graf lobster $L_n(2; r; t)$

Banyaknya simpul pada graf *lobster* $L_n(2;r;t)$ adalah $v = 2nr + 2nt - n = n(2r + 2t - 1)$ dan banyaknya busur adalah $e = 2nr + 2nt - n - 1 = n(2r + 2t - 1) - 1$.

Teorema 3.1.1. Setiap graf *Lobster* $L_n(2;r;t)$ memiliki PTBA *b*-Busur Berurutan dengan

$$b = \begin{cases} \frac{n-1}{2}(2r + 2t - 1) + t + 2r - 1 & , \quad n = \text{ganjil}, \text{t} = \text{ganjil} \\ \frac{n-1}{2}(2r + 2t - 1) + t & , \quad n = \text{ganjil}, \text{t} = \text{genap} \\ \frac{n}{2}(2r + 2t - 1) & , \quad n = genap \end{cases}$$

Bukti:

Berikan label simpuldari graf *lobster* $L_n(2;r;t)$ masing – masing pada *t* ganjil dan *t* genap sebagai berikut :

Label simpul pada *t* ganjil :

$$f(v_{ij}) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(2r + 2t - 1) + r + t - \left(\frac{t+j}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ p + \frac{i-1}{2}(2r + 2t - 1) + t - \left(\frac{t+j-1}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \\ p + \frac{i}{2}(2r + 2t - 1) - r - \left(\frac{t+j}{2}\right) + 1 & , i \text{ genap}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ \frac{i}{2}(2r + 2t - 1) - \left(\frac{t+j-1}{2}\right) & , i \text{ genap}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \end{cases}$$

.... (1)

$$f(u_{ij}) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(2r + 2t - 1) + r + t - \left(\frac{t-j}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ p + \frac{i-1}{2}(2r + 2t - 1) + t - \left(\frac{t-j-1}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \\ p + \frac{i}{2}(2r + 2t - 1) - r - \left(\frac{t-j}{2}\right) + 1 & , i \text{ genap}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ \frac{i}{2}(2r + 2t - 1) - \left(\frac{t-j-1}{2}\right) & , i \text{ genap}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \end{cases}$$

.... (2)

$$f(v_i^k) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(2r + 2t - 1) + k & , i \text{ ganjil}, i \in I, k \in R \\ p + \frac{i}{2}(2r + 2t - 1) - 2r - t + k + 1 & , i \text{ genap}, i \in I, k \in R \end{cases}$$

.... (3)

$$f(u_i^k) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(2r + 2t - 1) + r + t + k - 1 & , i \text{ ganjil}, i \in I, k \in R \\ p + \frac{i}{2}(2r + 2t - 1) - r + k & , i \text{ genap}, i \in I, k \in R \end{cases}$$

.... (4)

$$f(c_i) = \begin{cases} p + \frac{i-1}{2}(2r + 2t - 1) + \left(\frac{t-1}{2}\right) + 1 & , i \text{ ganjil}, i \in I \\ \frac{i}{2}(2r + 2t - 1) - \left(\frac{t-1}{2}\right) & , i \text{ genap}, i \in I \end{cases}$$

.... (5)

Label simpul pada t genap :

$$f(v_{ij}) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(2r+2t-1) + t - \left(\frac{t+j-1}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ p + \frac{i-1}{2}(2r+2t-1) + r + t - \left(\frac{t+j}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \\ p + \frac{i}{2}(2r+2t-1) - \left(\frac{t+j-1}{2}\right) & , i \text{ genap}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ \frac{i}{2}(2r+2t-1) - r - \left(\frac{t+j}{2}\right) + 1 & , i \text{ genap}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \end{cases}$$

.... (6)

$$f(u_{ij}) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(2r+2t-1) + t - \left(\frac{t-j-1}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ p + \frac{i-1}{2}(2r+2t-1) + r + t - \left(\frac{t-j}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \\ p + \frac{i}{2}(2r+2t-1) - \left(\frac{t-j-1}{2}\right) & , i \text{ genap}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ \frac{i}{2}(2r+2t-1) - r - \left(\frac{t-j}{2}\right) + 1 & , i \text{ genap}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \end{cases}$$

.... (7)

$$f(v_i^k) = \begin{cases} p + \frac{i-1}{2}(2r+2t-1) + k & , i \text{ ganjil}, i \in I, k \in R \\ \frac{i}{2}(2r+2t-1) - 2r - t + k + 1 & , i \text{ genap}, i \in I, k \in R \end{cases}$$

.... (8)

$$f(u_i^k) = \begin{cases} p + \frac{i-1}{2}(2r+2t-1) + r + t + k - 1 & , i \text{ ganjil}, i \in I, k \in R \\ \frac{i}{2}(2r+2t-1) - r + k & , i \text{ genap}, i \in I, k \in R \end{cases}$$

.... (9)

$$f(c_i) = \begin{cases} p + \frac{i-1}{2}(2r+2t-1) + r + \left(\frac{t}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, i \in I \\ \frac{i}{2}(2r+2t-1) - r - \left(\frac{t}{2}\right) + 1 & , i \text{ genap}, i \in I \end{cases}$$

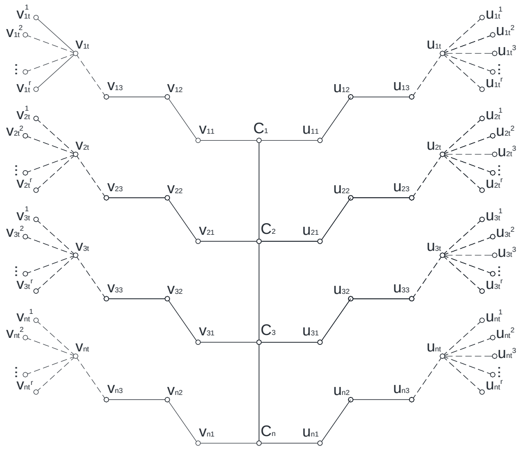
.... (10)

Dengan label tersebut diperoleh :

$$k = \begin{cases} 3n(2r+2t-1) + 2r - 1 & , \quad n = \text{ganjil}, \text{t} = \text{ganjil} \\ 3n(2r+2t-1) - 2r + 1 & , \quad n = \text{ganjil}, \text{t} = \text{genap} \\ 3n(2r+2t-1) & , \quad n = genap \end{cases}$$

3.2. PTBA *b*-Busur Berurutan pada Graf Lobster $L_n(2; r, s; t)$

Graf lobster $L_n(2; r, s; t)$, adalah graf lobster teratur dengan n menyatakan banyak simpul pada lintasan, 2 menyatakan banyak simpul berjarak 1 dari setiap simpul lintasan, *r* menyatakan banyak daun pada simpul terjauh dari simpul lintasan pada simpul pertama, *s* menyatakan banyak daun pada simpul terjauh dari simpul lintasan pada simpul kedua dan t menyatakan panjang maksimum (jarak) dari simpul lintasan.



Gambar 2 : Penotasian simpul pada graf lobster $L_n(2; r, s; t)$

Banyaknya simpul pada graf *lobster* $L_n(2; r, s; t)$ adalah $v = nr + ns + 2nt - n = n(r + s + 2t - 1)$ dan banyaknya busur adalah $e = nr + ns + 2nt - n - 1 = n(r + s + 2t - 1) - 1.$

Teorema 3.2 Setiap graf *Lobster* $L_n(2; r, s; t)$ memiliki PTBA *b*-Busur Berurutan dengan

$$b = \begin{cases} \frac{n-1}{2}(r + s + 2t - 1) + r + s + t - 1 & , \quad n = \text{ganjil, t} = \text{ganjil} \\ \frac{n-1}{2}(r + s + 2t - 1) + t & , \quad n = \text{ganjil, t} = \text{genap} \\ \frac{n}{2}(r + s + 2t - 1) & , \quad n = genap \end{cases}$$

Bukti:

Berikan label simpul dari graf *lobster* $L_n(2; r, s; t)$ masing – masing pada t ganjil dan t genap sebagai berikut :

Label simpul pada t ganjil :

$$f(v_{ij}) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(r + s + 2t - 1) + r + t - \left(\frac{t+j}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ p + \frac{i-1}{2}(r + s + 2t - 1) + t - \left(\frac{t+j-1}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \\ p + \frac{i}{2}(r + s + 2t - 1) - s - \left(\frac{t+j}{2}\right) + 1 & , i \text{ genap}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ \frac{i}{2}(r + s + 2t - 1) - \left(\frac{t+j-1}{2}\right) & , i \text{ genap}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \end{cases}$$

.... (11)

$$f(u_{ij}) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(r+s+2t-1)+r+t-\left(\frac{t-j}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ p+\frac{i-1}{2}(r+s+2t-1)+t-\left(\frac{t-j-1}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \\ p+\frac{i}{2}(r+s+2t-1)-s-\left(\frac{t-j}{2}\right)+1 & , i \text{ genap}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ \frac{i}{2}(r+s+2t-1)-\left(\frac{t-j-1}{2}\right) & , i \text{ genap}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \end{cases}$$

.... (12)

$$f(v_i^k) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(r+s+2t-1)+k & , i \text{ ganjil}, i \in I, k \in R \\ p+\frac{i}{2}(r+s+2t-1)-r-s-t+k+1 & , i \text{ genap}, i \in I, k \in R \end{cases}$$

.... (13)

$$f(u_i^k) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(r+s+2t-1)+r+t+k-1 & , i \text{ ganjil}, i \in I, k \in R \\ p+\frac{i}{2}(r+s+2t-1)-s+k & , i \text{ genap}, i \in I, k \in R \end{cases}$$

.... (14)

$$f(c_i) = \begin{cases} p+\frac{i-1}{2}(r+s+2t-1)+\left(\frac{t-1}{2}\right)+1 & , i \text{ ganjil}, i \in I \\ \frac{i}{2}(r+s+2t-1)-\left(\frac{t-1}{2}\right) & , i \text{ genap}, i \in I \end{cases}$$

.... (15)

Label simpul pada *t* genap:

$$f(v_{ij}) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(r+s+2t-1)+t-\left(\frac{t+j-1}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ p+\frac{i-1}{2}(r+s+2t-1)+r+t-\left(\frac{t+j}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \\ p+\frac{i}{2}(r+s+2t-1)-\left(\frac{t+j-1}{2}\right) & , i \text{ genap}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ \frac{i}{2}(r+s+2t-1)-s-\left(\frac{t+j}{2}\right)+1 & , i \text{ genap}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \end{cases}$$

.... (16)

$$f(u_{ij}) = \begin{cases} \frac{i-1}{2}(r+s+2t-1)+t-\left(\frac{t-j-1}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ p+\frac{i-1}{2}(r+s+2t-1)+r+t-\left(\frac{t-j}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \\ p+\frac{i}{2}(r+s+2t-1)-\left(\frac{t-j-1}{2}\right) & , i \text{ genap}, j \text{ ganjil}, i \in I, j \in T \\ \frac{i}{2}(r+s+2t-1)-s-\left(\frac{t-j}{2}\right)+1 & , i \text{ genap}, j \text{ genap}, i \in I, j \in T \end{cases}$$

.... (17)

$$f(v_i^k) = \begin{cases} p+\frac{i-1}{2}(r+s+2t-1)+k & , i \text{ ganjil}, i \in I, k \in R \\ \frac{i}{2}(r+s+2t-1)-r-s-t+k+1 & , i \text{ genap}, i \in I, k \in R \end{cases}$$

.... (18)

$$f(u_i^k) = \begin{cases} p + \frac{i-1}{2}(r+s+2t-1) + r + t + k - 1 & , i \text{ ganjil}, i \in I, k \in R \\ \frac{i}{2}(r+s+2t-1) - s + k & , i \text{ genap}, i \in I, k \in R \end{cases}$$

.... (19)

$$f(c_i) = \begin{cases} p + \frac{i-1}{2}(r+s+2t-1) + r + \left(\frac{t}{2}\right) & , i \text{ ganjil}, i \in I \\ \frac{i}{2}(r+s+2t-1) - s - \left(\frac{t}{2}\right) + 1 & , i \text{ genap}, i \in I \end{cases}$$

.... (20)

Dengan label tersebut diperoleh :

$$k = \begin{cases} 3n(r+s+2t-1) + r + s - 1 & , \quad n = \text{ganjil}, \text{t} = \text{ganjil} \\ 3n(r+s+2t-1) - r - s + 1 & , \quad n = \text{ganjil}, \text{t} = \text{genap} \\ 3n(r+s+2t-1) & , \quad n = genap \end{cases}$$

IV. Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa untuk graf *lobster* $L_n(2;r;t)$ dan $L_n(2;r,s;t)$ memiliki PTBA *b*-busur berurutan. Hasil-hasil yang diperoleh diberikan dalam tabel dibawah ini:

Tabel 1 : PTBA *b*-busur berurutan pada graf *lobster*

Graf	b	k	Keterangan
Lobster $L_n(2;r;t)$	$\frac{n-1}{2}(2r+2t-1)+t+2r-1$	$3n(2r+2t-1)+2r-1$	*n* ganjil *t* ganjil
	$\frac{n-1}{2}(2r+2t-1)+t$	$3n(2r+2t-1)-2r+1$	*n* ganjil *t* genap
	$\frac{n}{2}(2r+2t-1)$	$3n(2r+2t-1)$	*n* genap
Lobster $L_n(2;r,s;t)$	$\frac{n-1}{2}(r+s+2t-1)+r+s+t-1$	$3n(r+s+2t-1)+r+s-1$	*n* ganjil *t* ganjil
	$\frac{n-1}{2}(r+s+2t-1)+t$	$3n(r+s+2t-1)-r-s+1$	*n* ganjil *t* genap
	$\frac{n}{2}(r+s+2t-1)$	$3n(r+s+2t-1)$	*n* genap

DAFTAR PUSTAKA

[1] Khan, N., Pal, A., & Pal, M., 2009, Edge Colouring of Cactus Graphs.

[2] Rachmawati, Syarifani., *Pelabelan Total Busur-Ajaib B-Busur-Berurutan (PTBA B-Busur Berurutan) Pada Graf Lobster* $L_n(2;r)$ *Dan* $L_n(2;r,s)$, 2012, FMIPA UI, Depok.

[3] Silaban, D. R, & Sugeng, K. A., *Pelabelan Total Busur Berurutan Busur Ajaib Pada Graf Terhubung Bukan Graf Pohon*, 2010.

[4] Sugeng, K.A., & Miller, M., 2008, *On Consecutive Edge Magic Total Labeling Of Graph,* Journal Of Discrete Algoritms.