



Studi Penyebaran Penyakit Flu Burung Melalui Kajian Dinamis Revisi Model Endemik SIRS Dengan Pemberian Vaksinasi Unggas

I. Murwanti¹, R. Ratianingsih¹ dan A.I. Jaya¹

¹ Jurusan Matematika FMIPA Universitas Tadulako,
Jalan Sukarno-Hatta Palu,

ABSTRAK

Program vaksinasi unggas yang dilakukan untuk menghambat penyebaran penyakit flu burung dapat dikaji melalui model matematika. Dalam penelitian ini penyebaran penyakit tersebut di amati melalui revisi model endemik SIRS dengan memperhatikan pemberian vaksinasi pada unggas. Hal ini dilakukan dengan merevisi kompartemen penyebaran penyakit tersebut yang selanjutnya digunakan untuk menentukan persamaan pembangun model yang direpresentasikan dalam sistem persamaan diferensial. Sistem tersebut menggambarkan interaksi antara kelompok manusia dan kelompok unggas. Analisa kestabilan sistem di kedua titik kritisnya dilakukan dengan menentukan nilai eigen sistem yang diperoleh dari determinan matriks jacobini linearisasi sistem di masing-masing titik kritis. Kestabilan sistem selanjutnya diamati di bidang (η, μ_b) yang dibagi oleh kurva parameter $\mu_b = \eta$. Kedua parameter tersebut secara berturut-turut menyatakan tingkat vaksinasi unggas dan tingkat kematian alami populasi unggas. Kestabilan di titik kritis kedua membutuhkan syarat bahwa tingkat kematian manusia karena flu burung (α_n) harus lebih kecil dari tingkat kelompok manusia yang telah sembuh dari flu burung terjangkit penyakit kembali (δ). Hasil simulasi memperlihatkan bahwa penyebaran penyakit flu burung dapat diturunkan dengan program vaksinasi bila tingkat vaksinasi unggas lebih besar dari tingkat kematian alami unggas.

Kata kunci : *Kestabilan, Model endemik SIRS, Penyebaran penyakit flu burung, Titik kritis.*

I. PENDAHULUAN

Berbagai jenis penyakit saat ini semakin banyak muncul. Salah satu penyebabnya adalah gaya hidup dan lingkungan yang semakin tidak sehat. Secara umum ada dua jenis penyakit, yaitu penyakit menular dan tidak menular. Dalam kelompok penyakit menular ada yang ringan dan ada yang berat. Yang ringan misalnya influenza dan diare.

Sedangkan yang berat seperti HIV/AIDS, polio, demam berdarah, campak, TBC, malaria, flu burung, SARS, dan sederet penyakit lainnya. Menular atau tidaknya suatu penyakit tetap harus diwaspadai dan tidak boleh dianggap remeh, karena ketika seseorang terkena suatu penyakit aktivitas kehidupannya akan terganggu. Apalagi jika penyakitnya sudah parah, bisa mengakibatkan kematian.

Laporan dari WHO Flu burung telah menjadi perhatian yang luas dari masyarakat karena telah menewaskan banyak korban baik unggas maupun manusia. Pada awal tahun 1918, wabah pandemik virus influenza telah membunuh lebih dari 40.000 orang, dimana subtype yang mewabah saat itu adalah virus H1N1 yang dikenal dengan “*Spanish Flu*”. Tahun 1957 virus bermutasi menjadi H2N2 atau “*Asian Flu*” menyebabkan 100.000 kematian. Tahun 1968 virus bermutasi menjadi H3N2 atau “*Hongkong Flu*” menyebabkan 700.000 kematian. Akhirnya pada tahun 1997, virus bermutasi lagi menjadi H5N1 atau “*Avian influenza*”

Di Asia Tenggara kebanyakan kasus flu burung terjadi pada jalur transportasi atau peternakan unggas sebagai jalur migrasi burung liar. Hingga 6 Juni 2007, WHO telah mencatat sebanyak 310 kasus dengan 189 kematian pada manusia yang disebabkan virus ini termasuk Indonesia dengan 99 kasus dengan 79 kematian. Hal ini dipengaruhi oleh mata pencaharian sebagian penduduk Indonesia sebagai peternak unggas, sehingga Indonesia rawan terhadap penyebaran penyakit flu burung. Selain itu, Kurangnya pengetahuan sebagian penduduk Indonesia tentang flu burung ikut pula mempengaruhi laju penyebaran flu burung.

Studi Penyebaran Penyakit Flu Burung Melalui Kajian Dinamis Revisi Model Endemik SIRS Dengan Pemberian Vaksinasi Unggas

Penyebaran flu burung dapat diamati melalui model matematika. Kestabilan dari model penyebaran flu burung telah dikaji melalui model penyebaran virus. Banyak metode yang dapat digunakan, diantaranya *cellular automata*, digunakan oleh Keeling dan Gilligan, dan *forest-fire lattices* yang digunakan oleh Rhodes dkk. Dalam penelitian ini model penyebaran flu burung dibangun dengan memperhatikan penyebaran virus pada populasi unggas dan populasi manusia. Populasi manusia dipisahkan menjadi empat kelas, yang lebih dikenal dengan pendekatan SIRS, yaitu *susceptible, preinfected, infected, recovered, dan susceptible*. Populasi unggas juga dipisahkan menjadi tiga kelas melalui pendekatan SIV. Pendekatan ini dipilih karena pada populasi unggas dapat diberikan vaksinasi sedemikian sebagian populasi *suscepted* pada unggas menjadi populasi *Vaccinated*.

Penyebaran penyakit flu burung akan dikaji melalui revisi model endemik SIRS dengan vaksinasi pada unggas. Penyebaran penyakit flu burung tersebut diukur melalui suatu parameter yang menyatakan rasio atau perbandingan yang menunjukkan banyaknya individu *susceptible* yang menderita penyakit yang diakibatkan oleh satu individu *infected*.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Flu Burung (Avian Influenza)

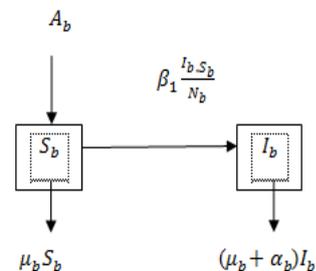
Mulai dari gejala yang ringan hingga ke penularan yang sangat tinggi Avian Influenza adalah penyakit infeksi pada unggas yang disebabkan oleh virus influenza strain tipe A. Penyakit yang pertama diidentifikasi di Itali lebih dari 100 tahun yang lalu, kini muncul di seluruh dunia. Seluruh unggas diketahui rentan terhadap infeksi avian influenza, walaupun beberapa spesies lebih tahan terhadap virus ini dibandingkan yang lain. Infeksi ini menyebabkan spectrum gejala yang sangat luas pada unggas-unggas, dan cepat menjadi penyakit yang fatal sehingga mencapai kondisi epidemik yang berat.

2.2 Penyebaran Flu Burung Pada populasi Unggas.

Pada penyebaran flu burung, populasi unggas dibagi menjadi tiga kelompok. Yang pertama adalah unggas *susceptible*, yaitu unggas yang sehat namun rentan terhadap penyakit. Banyaknya unggas *susceptible* ini dinyatakan dengan S_b . Kedua adalah unggas *infectide*, yaitu unggas yang telah terinfeksi flu burung, dan dapat menularkan penyakitnya. Banyaknya unggas *infectide* ini dinyatakan dengan I_b , sehingga banyaknya unggas dalam suatu populasi adalah $N_b = S_b + I_b$, Pada

Studi Penyebaran Penyakit Flu Burung Melalui Kajian Dinamis Revisi Model Endemik SIRS Dengan Pemberian Vaksinasi Unggas

Rahmalia, D diagram penyebaran penyakit flu burung tipe SI digambarkan dalam bentuk kompartemen sebagai berikut:



Gambar 1. Kompartemen penyebaran penyakit flu burung pada populasi unggas

Dimana, A_b adalah Faktor kelahiran atau imigrasi pada populasi unggas, μ_b adalah unggas yang mengalami kematian alami dan α_b adalah unggas yang mengalami kematian karena flu burung.

Melalui kompartemen tersebut dibentuk model matematika penyebaran flu burung pada populasi unggas sebagai berikut :

$$\frac{ds_b}{dt} = A_b - \left(\beta_1 \frac{I_b}{N_b} + \mu_b \right) S_b$$

$$\frac{dI_b}{dt} = \beta_1 \frac{I_b}{N_b} S_b - (\mu_b + \alpha_b) I_b \dots (1)$$

2.3 Penyebaran Penyakit Flu burung Pada Populasi manusia.

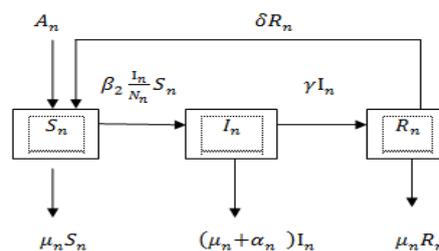
Pada penyebaran penyakit flu burung, populasi manusia dibagi menjadi tiga kelompok. Yang pertama adalah manusia *susceptible*, yaitu manusia yang sehat namun rentan terhadap penyakit.

Banyaknya manusia *susceptible* ini dinyatakan dengan S_n . Kedua adalah manusia *infective*, yaitu manusia yang terinfeksi flu burung yang telah bermutasi, dan dapat menularkan penyakitnya pada manusia sehat lainnya. Banyaknya manusia *infective* ini dinyatakan dengan I_n . Ketiga adalah manusia *recovered*, yaitu manusia yang sembuh dan mendapat kekebalan setelah terkena flu burung. Banyaknya manusia *recovered* ini dinyatakan dengan R_n , sehingga Banyaknya manusia dalam suatu populasi adalah $N_n = S_n + I_n + R_n$.

Dalam perkembangannya, banyaknya populasi manusia bertambah karena faktor kelahiran atau imigrasi yang dinyatakan dengan A_n . Manusia yang terinfeksi flu burung pada saat melakukan kontak dengan manusia *infective* memberikan penambahan terhadap banyaknya manusia yang terinfeksi dengan laju sebesar β_2 . Manusia *susceptible* dapat mengalami kematian secara alami atau migrasi yang dinyatakan dengan μ_n . Namun pada manusia *infective* selain mengalami kematian secara alami atau migrasi, manusia tersebut juga mengalami kematian karena flu burung yang dinyatakan dengan α_n .

Setelah terinfeksi flu burung, manusia melakukan pengobatan sehingga

menjadi sembuh (*recovered* R_n) dengan laju penyembuhan γ . Setelah sembuh maka kekebalan akan berkurang dengan laju δ dan dapat terserang lagi dalam hal ini penyebaran penyakit flu burung pada populasi manusia memiliki Tipe SIRS. Model penyebaran penyakit flu burung pada populasi manusia digambarkan melalui kompartemen sebagai berikut:



Gambar 2. Kompartemen Penyebaran Flu burung pada populasi manusia

Dimana A_n adalah Faktor kelahiran atau imigrasi pada populasi manusia, β_2 adalah banyaknya manusia yang terinfeksi flu burung, μ_n adalah manusia mengalami kematian alami, α_n adalah manusia yang mengalami kematian karena flu burung, δ adalah manusia yang telah sembuh dari flu burung namun memiliki peluang untuk terjangkit kembali, dan γ adalah Laju penyembuhan.

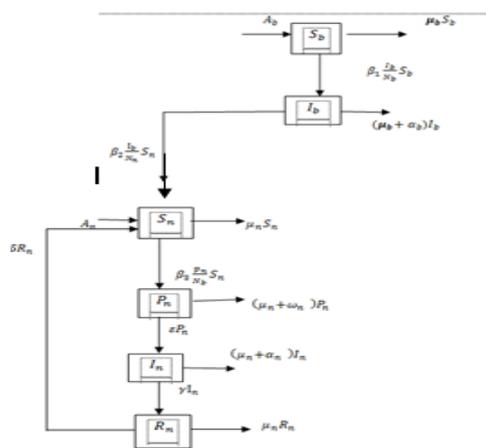
Model matematika penyebaran flu burung pada populasi manusia adalah

$$\begin{aligned} \frac{ds_n}{dt} &= A_n - \left(\beta_2 \frac{I_n}{N_n} + \mu_n \right) s_n + \delta R_n \\ \frac{dI_n}{dt} &= \beta_2 \frac{I_n}{N_n} s_n - (\mu_n + \alpha_n + \gamma) I_n \\ \frac{dR_n}{dt} &= \gamma I_n - (\mu_n + \delta) R_n \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

Studi Penyebaran Penyakit Flu Burung Melalui Kajian Dinamis Revisi Model Endemik SIRS Dengan Pemberian Vaksinasi Unggas

2.4 Penyebaran Penyakit Flu Burung Pada Populasi Campuran.

Penyebaran flu burung pada populasi campuran adalah penyebaran flu burung yang melibatkan unggas dan manusia. Secara teori, ketika manusia melakukan kontak dengan unggas yang terinfeksi, virus yang *belum bermutasi* tersebut sehingga belum dapat menularkan pada manusia sehat lainnya namun sudah menginfeksi manusia yang terkontak. Penyakit flu burung pada populasi campuran tanpa vaksinasi digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3. Kompartemen Penyebaran Flu burung pada populasi campuran

Model matematika penyebaran flu burung pada populasi campuran adalah :

$$\frac{ds_b}{dt} = A_b - (\beta_1 \frac{I_b}{N_b} + \mu_b) S_b$$

Studi Penyebaran Penyakit Flu Burung Melalui Kajian Dinamis Revisi Model Endemik SIRS Dengan Pemberian Vaksinasi Unggas

$$\begin{aligned} \frac{dI_b}{dt} &= \beta_1 \frac{I_b}{N_b} S_b - (\mu_b + \alpha_b) I_b \\ \frac{dS_n}{dt} &= A_n - (\beta_3 \frac{P_n}{N_b} + \beta_2 \frac{I_b}{N_b} + \mu_n) S_n + \delta R_n \\ \frac{dP_n}{dt} &= \beta_3 \frac{P_n}{N_b} S_n - (\mu_n + \omega_n + \varepsilon) P_n \\ \frac{dI_n}{dt} &= \varepsilon P_n - (\mu_n + \alpha_n + \gamma) I_n \\ \frac{dR_n}{dt} &= \gamma I_n - (\mu_n + \delta) R_n \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

Penyebaran flu burung pada populasi campuran dengan vaksinasi dalam penelitian ini akan diamati dengan membuat kompartemen dan model matematika yang sesuai dengan penyebarannya.

III. Hasil Dan Pembahasan

3.1 Hasil Penelitian

Pada penelitian ini model matematika penyebaran flu burung yang dinyatakan dalam persamaan (3) akan didesain kembali. Redesain dilakukan dengan menambahkan faktor vaksinasi unggas. Dengan menambahkan faktor ini perlu dilakukan kembali pengkontruksian kompartemen model sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -\mu_b, \lambda_2 = -\mu_b - \alpha_b, \lambda_3 = \eta - \mu_b$$

$$\lambda_4$$

$$-\frac{1}{\gamma \varepsilon N_b} \left(\beta_3 \text{RootOf} \left(\mu_n \left(\frac{1}{\gamma \varepsilon} (\beta_3 - \mu_n^2 + \beta_3 - \mu_n \delta \varepsilon + \beta_3 \alpha_n + \beta_3 \gamma + \mu_n \gamma \varepsilon) \right) \right) \right. \\ \left. + \psi_n \left(\frac{\beta_3 - \mu_n^2 + \beta_3 - \mu_n \delta \varepsilon + \beta_3 \alpha_n + \beta_3 \gamma + \mu_n \gamma \varepsilon}{\gamma \varepsilon} \right) \right) \\ + \varepsilon \left(\frac{\beta_3 - \mu_n^2 + \beta_3 - \mu_n \delta \varepsilon + \beta_3 \alpha_n + \beta_3 \gamma + \mu_n \gamma \varepsilon}{\gamma \varepsilon} \right) \mu_n^2 \\ + \beta_3 \text{RootOf} \left(\mu_n \left(\frac{\beta_3 - \mu_n^2 + \beta_3 - \mu_n \delta \varepsilon + \beta_3 \alpha_n + \beta_3 \gamma + \mu_n \gamma \varepsilon}{\gamma \varepsilon} \right) \right) \\ + \psi_n \left(\frac{\beta_3 - \mu_n^2 + \beta_3 - \mu_n \delta \varepsilon + \beta_3 \alpha_n + \beta_3 \gamma + \mu_n \gamma \varepsilon}{\gamma \varepsilon} \right) \\ + \varepsilon \left(\frac{\beta_3 - \mu_n^2 + \beta_3 - \mu_n \delta \varepsilon + \beta_3 \alpha_n + \beta_3 \gamma + \mu_n \gamma \varepsilon}{\gamma \varepsilon} \right) \mu_n \delta \varepsilon \\ \left. + \beta_3 \alpha_n + \beta_3 \gamma + \mu_n \gamma \varepsilon N_b \right)$$

$$\lambda_5 = 0, \lambda_6 = -\mu_n - \alpha_n - \gamma,$$

$$\lambda_7 = \frac{-\gamma \varepsilon \mu_n^2 - \gamma \varepsilon \mu_n \alpha_n - \gamma^2 \varepsilon \delta \mu_n - \gamma \varepsilon \delta \alpha_n - \delta \varepsilon \delta \gamma}{(\mu_n + \alpha_n + \gamma) \gamma \varepsilon}$$

Nilai eigen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4, \lambda_6$ bernilai negatif dan λ_5 bernilai nol sedangkan λ_3 dan λ_7 bernilai negatif bila

$$\eta - \mu_b < 0 \dots\dots\dots(6) \text{ dan}$$

$$\frac{-\gamma \varepsilon \mu_n^2 - \gamma \varepsilon \mu_n \alpha_n - \gamma^2 \varepsilon \delta \mu_n - \gamma \varepsilon \delta \alpha_n - \delta \varepsilon \delta \gamma}{(\mu_n + \alpha_n + \gamma) \gamma \varepsilon} < 0 \dots\dots\dots(7)$$

Persamaan (6) memberikan bahwa sistem dikatakan stabil bila $\eta < \mu_b$, dimana syarat ini dimiliki pula untuk kestabilan sistem dititi kritis T_1 . Mengingat $\mu_n, \alpha_n, \gamma, \varepsilon$ bernilai positif maka persamaan (7) memberikan syarat :

$$-\gamma \varepsilon \mu_n^2 - \gamma \varepsilon \mu_n \alpha_n - \gamma^2 \varepsilon \delta \mu_n - \gamma \varepsilon \delta \alpha_n - \delta \varepsilon \delta \gamma < 0 \\ \Rightarrow \varepsilon \gamma (-\mu_n^2 - \mu_n \alpha_n - \gamma \delta \mu_n - \delta \alpha_n - \delta^2) < 0 \\ \Rightarrow -\mu_n^2 - \mu_n \alpha_n - \gamma \delta \mu_n < \delta (\alpha_n - \delta) \\ \Rightarrow \mu_n (-\mu_n - \alpha_n - \gamma \delta) < \delta (\alpha_n - \delta) \dots\dots(8)$$

Dalam hal $\alpha_n - \delta < 0$ persamaan (7) diatas memberikan

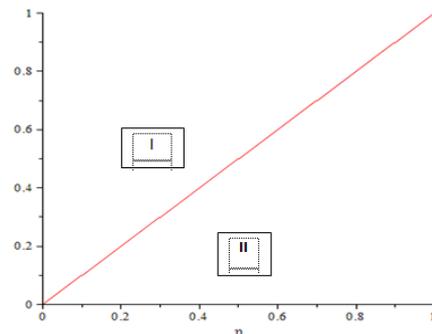
$$-\mu_n - \alpha_n - \gamma \delta < \frac{\delta}{\mu_n} (\alpha_n - \delta) < 0 \dots\dots\dots(8)$$

Persamaan (8) senantiasa terpenuhi mengingat μ_n, α_n, γ dan δ senantiasa bernilai positif. Hal ini memberikan bahwa λ_7 yang bernilai negatif tercapai untuk $\alpha_n < \delta$. Hal ini memberikan arti bahwa tingkat kematian manusia karena flu burung (α_n) harus lebih kecil dari tingkat kelompok manusia yang telah sembuh dari flu burung terjangkit penyakit tersebut kembali (δ).

3.4 Menentukan Kurva parameter

Kriteria kestabilan titik tetap mensyaratkan bahwa agar sistem stabil maka semua bagian real dari nilai-nilai eigen harus bernilai negatif. Kriteria inilah yang dijadikan dasar dalam penentuan kurva parameter. $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$ dan λ_7 agar senantiasa bernilai negatif . Kedua titik kritis memberikan syarat yang sama yaitu: $\eta > \mu_b$

Dari syarat yang diberikan oleh persamaan diatas dapat digambarkan kurva parameter $\eta = \mu_b$ yang menggunakan software MAPLE-15, digambarkan dalam bidang (η, μ_b) sebagai berikut:



Gambar 6 Diagram parameter

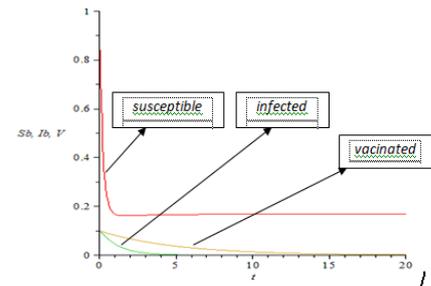
Kurva parameter yang merupakan garis $\mu_b = \eta$ membagi bidang (η, μ_b) atas dua daerah. Tepat pada garis tersebut nilai eigen λ_3 dan λ_7 bernilai nol. Daerah I memberikan λ_3 dan λ_7 negatif sedangkan pada daerah II λ_3 dan λ_7 positif.

3.5 Simulasi

Pada bagian ini disimulasikan sebuah kasus tentang penyebaran penyakit flu burung pada populasi campuran yang memuat populasi unggas dan populasi manusia, Dengan memperhatikan tingkat vaksinasi pada unggas dengan laju infeksi $\beta_1 = 0.4$, tingkat kematian $\mu_b = 0.03$ sedangkan tingkat kematian karena flu burung $\alpha_b = 0.8$. Kondisi awal rasio pada unggas kelompok *suspectible*, *invected*, *Vacinated* berturut-turut adalah 1, 0.01 dan 0.1.

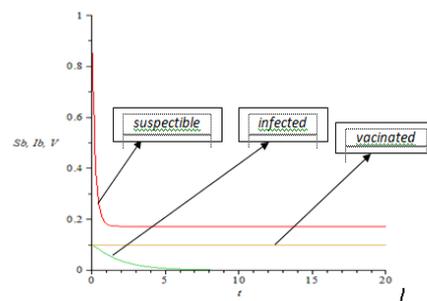
Pengamatan terhadap sistem untuk nilai – nilai η dan μ_b pada bidang (η, μ_b) dilakukan melalui plot terhadap kurva S_b , I_b dan V terhadap waktu pada gambar (7), (8), (9) dan kurva S_n, P_n, I_n dan R_n pada gambar (10),(11),(12),(13).

Bila penyakit flu burung ini tidak dicegah dengan melakukan program vaksinasi. proporsi populasi S_b, I_b dan V ditampilkan pada Gambar (7).



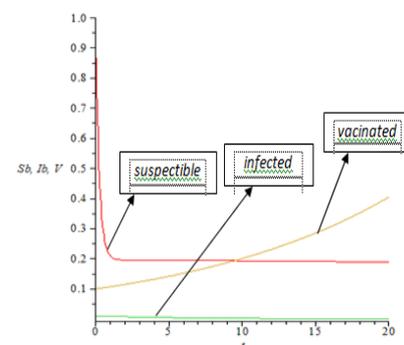
Gambar 7 Proporsi populasi unggas untuk $\eta = 0.03 < \mu_b = 0.1$

Dengan meningkatkan tingkat vaksinasi $\eta = \mu_b$, proporsi populasi S_b, I_b , dan V dinyatakan dalam gambar (8).



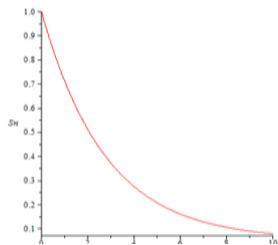
Gambar 8 Proporsi populasi unggas untuk $\eta = 0.4 = \mu_b = 0.4$

Bila tingkat vaksinasi terus ditingkatkan sedemikian sehingga $\eta = 0.7$ tingkat vaksinasi $> \mu_b = 0.5$ proporsi S_b, I_b , dan V dapat dilihat pada gambar 9.

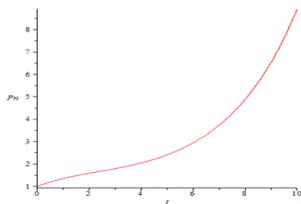


Gambar 9 Proporsi populasi unggas untuk $\eta = 0.7 > \mu_b = 0.5$

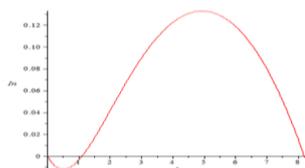
Pengaruh tingkat vaksinasi terhadap proporsi manusia *susceptible*, *pre-infected*, *infected*, dan *recovered* disetiap waktu ditampilkan pada gambar (9), (10), (11), (12), (13).



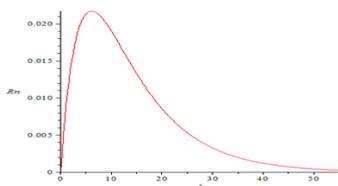
Gambar 10 Proporsi populasi Manusia *susceptible*



Gambar 11 Proporsi populasi manusia *pre-infected*



Gambar 12 Proporsi populasi manusia *infected*



Gambar 13 Proporsi populasi manusia *recovered*

3.5 Pembahasan

Gambar (7), (8), dan (9) memperlihatkan Proporsi unggas *susceptible*, *infected* dan *vaccinated* untuk

setiap waktu (t) gambar tersebut memperlihatkan bahwa bila tingkat vaksinasi unggas (η) lebih kecil dari tingkat kematian alami (μ_b) maka proporsi unggas *infected* akan monoton naik terhadap waktu.

Bila tingkat vaksinasi unggas dinaikan hingga mencapai $\eta = \mu_b$ maka proporsi unggas *infected* akan konstan, Sedangkan bila tingkat vaksinasi unggas terus dinaikkan hingga $\eta > \mu_b$, tingkat proporsi unggas *infected* akan menurun. Hal ini menunjukkan bahwa penyebaran penyakit flu burung dapat diturunkan dengan program vaksinasi bila tingkat vaksinasi unggas lebih besar dari tingkat kematian alami unggas.

Sedangkan Gambar (10) memperlihatkan bahwa proporsi manusia *susceptible* menurun seiring dengan pertambahan waktu. Hal ini disebabkan populasi manusia dianggap konstan. Gambar (11) memperlihatkan bahwa proporsi manusia *pre-infected* semakin meningkat seiring dengan pertambahan waktu. Perubahan kecekungan pada saat $t = 1$ berkaitan erat dengan kondisi yang diperlihatkan pada gambar (12) dalam interval waktu $t (0,1)$ belum terdapat manusia yang terinfeksi. Dalam interval waktu selanjutnya proporsi manusia terinfeksi meningkat sampai $t = 4,944$

setelah waktu tersebut populasi manusia yang terinfeksi akan menurun.

Gambar (13) memperlihatkan peningkatan populasi manusia *recovered* sampai waktu $t = 6.111$, Setelah itu proporsi ini semakin menurun karena populasi manusia diasumsikan konstan.

3.6 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Penyebaran penyakit flu burung dapat diturunkan dengan program vaksinasi bila tingkat vaksinasi unggas lebih besar dari tingkat kematian alami unggas.
2. Model endemik SPIRS pada populasi campuran adalah

$$\frac{ds_b}{dt} = A_b - \beta_1 \frac{I_b}{N_b} S_b - \eta V - \mu_b S_b$$

$$\frac{dI_b}{dt} = \beta_1 \frac{I_b}{N_b} S_b - (\mu_b + \alpha_b) I_b - \beta_2 \frac{I_b}{N_n} S_n$$

$$\frac{dV}{dt} = \eta V - \mu_b V$$

$$\frac{ds_n}{dt} = A_n + \beta_2 \frac{I_b}{N_n} S_n + \delta R_n - \beta_3 \frac{P_n}{N_b} S_n - \mu_n S_n$$

$$\frac{dP_n}{dt} = \beta_3 \frac{P_n}{N_b} S_n - (\mu_n + \omega_n + \varepsilon) P_n$$

$$\frac{dI_n}{dt} = \varepsilon P_n - (\mu_n + \alpha_n + \gamma) I_n$$

$$\frac{dR_n}{dt} = \gamma I_n - (\mu_n + \delta) R_n$$

3. Model tersebut memiliki dua titik kritis

Kestabilan kedua titik kritis tersebut membutuhkan syarat tingkat kematian manusia karena flu burung (α_n) harus lebih kecil dari tingkat kelompok manusia yang telah sembuh dari flu burung terjangkit penyakit kembali (δ).

DAFTAR PUSTAKA

Rahmalia. D . *Permodelan matematika dan analisis stabilitas dari penyebaran penyakit flu burung*. (<http://digilib.its.ac.id/public/ITS-13409-Paper.Pdf>), diakses 03 maret 2012.

Tu, P. N. V. 1994. *Dynamical System An Introduction with Application in Economics and Biologi*, Springer-Verlag, Germany.

WHO, (http://www.who.int/diseasecontrol_emergencies/EPR_DCE_2009_1.pdf), diakses 25 Januari 2012